Name: **Datum:**

Abstand zweier paralleler Geraden - Grundwissen

Gegeben sind zwei <u>parallele</u> Geraden g und h durch die Gleichungen $g: \vec{x} = \vec{a}_1 + r \cdot \vec{u}$ und $h: \vec{x} = \vec{a}_2 + r \cdot \vec{v}$.

Dann ist der Abstand d der Geraden g zur Geraden h der Abstand eines beliebigen Punktes der Geraden h (z.B. des Startpunktes A_2) zur Geraden g,

d.h. der Abstand d der Geraden g zur Geraden h berechnet sich durch folgendes Verfahren:

- Stelle den Term einer Hilfsebene H auf, die durch den Punkt A_2 verläuft (d.h. deren Stützvektor der Stützvektor $\vec{a}_2$ der Geraden h ist) und die orthogonal zur Geraden g liegt (d.h. deren Normalenvektor der Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden g ist): $H: \vec{u} * [\vec{x} - \vec{a}_2] = 0$
- Bestimme den Schnittpunkt S der Geraden g mit der Hilfsebene H: $\{S\} = g \cap H$
- Berechne den Abstand d der Punkte A_2 und S.

Dieser Abstand d ist der Abstand der Geraden g zur Geraden h.

Beispiel:

Gegeben sind die parallelen Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Gesucht ist der Abstand d der Geraden g zur Geraden h.

- $H: \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} * [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}] = 0;$
- $H \cap g: \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} * [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}] = 0 \Leftrightarrow r = -1$, also $\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\vec{s} - \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $d = \sqrt{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}} = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$

Der Abstand d der Geraden g zur Geraden h beträgt $\sqrt{2}$LE.