

Name:

Datum:

Produktionsverflechtung - Aufgabe 17 mit Lösung

Drei Firmen A, B und C sind nach dem Leontief-Modell miteinander verflochten. Die gegenseitig und für den Markt erbrachten Leistungen werden in Verrechnungseinheiten in folgender Tabelle zusammengestellt.

	A	B	C	Markt
A	0	60	8	332
B	100	0	54	146
C	80	48	0	72

Arbeitsaufträge:

a) Stellen Sie die Inputmatrix auf. (2 BE)

b) Bestimmen Sie denjenigen Produktionsvektor \vec{x} , der zum Nachfragevektor $\vec{y} = \begin{pmatrix} 304 \\ 192 \\ 256 \end{pmatrix}$ gehört. (6 BE)

Lösung:

a)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix}; A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} x_{ij} \\ x_j \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0,2 & 0,04 \\ 0,25 & 0 & 0,27 \\ 0,2 & 0,16 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

Ansatz: $\vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,2 & -0,04 & 304 \\ -0,25 & 1 & -0,27 & 192 \\ -0,2 & -0,16 & 1 & 256 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -0,2 & -0,04 & 304 \\ 0 & 0,95 & -0,28 & 268 \\ 0 & -0,2 & 0,992 & 3168 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -0,2 & -0,04 & 304 \\ 0 & 0,95 & -0,28 & 268 \\ 0 & 0 & 0,8864 & 354,56 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$0,8864x_3 = 354,56 \Rightarrow x_3 = 400$$

$$0,95x_2 - 0,28 \cdot 400 = 268 \Rightarrow x_2 = 400$$

$$x_1 - 0,2 \cdot 400 - 0,04 \cdot 400 = 304 \Rightarrow x_1 = 400$$