Name: **Datum:**

Produktionsverflechtung - Aufgabe 18 mit Lösung

Drei Wirtschaftssektoren R, S und T sind nach dem Leontiefmodell miteinander und mit dem Markt verbunden. Gegeben sind die Input-Matrix $A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}$ und der Produktionsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$.

☞ **Arbeitsaufträge:**

a) *Erstellen Sie die zugehörige Input-Output-Tabelle, die auch den Konsumvektor enthält.* (4 BE)

b) Die Produktion des Sektors R soll um a Einheiten erniedrigt werden, während die Produktionseinheiten bei S und bei T konstant bleiben sollen.

Bestimmen Sie den maximal möglichen Wert von a. (6 BE)

c) Durch eine Umorganisation in Sektor T wurde erreicht, dass sich der Koeffizient a_{33} verändert. Dadurch ergibt sich für den Produktionsvektor $\vec{x}$ aus obiger Angabe, dass von Sektor T 7 Einheiten auf den Markt kommen.

Ermitteln Sie die Marktabgaben von R und S sowie den Koeffizienten a_{33}*, und erläutern Sie kurz dessen Bedeutung.* (6 BE)

Lösung:

a)

$$A\cdot\vec{x} = \begin{pmatrix} 2+8+0 \\ 6+12+12 \\ 0+20+6 \end{pmatrix}$$

	R	S	T	Konsum	ges.Produktion
R	2	8	0	10	20
S	6	12	12	10	40
T	0	20	6	4	30

b)

$$\vec{y} = (E-A)\vec{x} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,3 & 0,7 & -0,4 \\ 0 & -0,5 & 0,8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 20-a \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10-0,9a \\ 10+0,3a \\ 4 \end{pmatrix}\begin{matrix} \geq 0 \\ \geq 0 \\ \geq 0 \end{matrix} \Rightarrow a_{max} = \frac{100}{9}.$$

c) $(E-A)\cdot\vec{x} = \vec{y}$:

$$\begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,3 & 0,7 & -0,4 \\ 0 & -0,5 & 1-a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 & a_{33} \text{ gibt an, wieviele ME} \\ b = 10 & \text{zur Produktion einer ME in T} \\ a_{33} = 0,1 & \text{von T selbst benötigt werden} \end{cases}$$