Name: **Datum:**

Gleichungen - Äquivalente Gleichungen und Äquivalenzumformungen - Grundwissen

> Zwei – i.A. anders aussehende – Gleichungen heißen **<u>äquivalent</u>**, wenn sie die gleiche Lösungsmenge haben.
>
> Um zu verdeutlichen, dass zwei Gleichungen äquivalent sind, schreibt man üblicherweise zwischen sie das sogenannte **<u>Äquivalenzzeichen ‚⇔'</u>**.

Beispiele:

a) $6x - 4 = 14 \Leftrightarrow 6x = 18$, denn $L = \{3\}$

b) $3b + 4 = 4b - 1 \Leftrightarrow 5 = b$, denn $L = \{5\}$

c) $5(z + 2) = 10 + 5z \Leftrightarrow 10 = 10$, denn $L = G$

d) $3y + 4 = 3(y + 1) \Leftrightarrow 4 = 3$, denn $L = \{\ \ \}$

e) $\frac{4}{p - 2} = 1 \Leftrightarrow 4 = p - 2$, denn $L = \{6\}$

f) $t^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 2)(t + 2) = 0\ \ t^2 - 4 = 0$, denn $L = \{-2\,;\,2\}$

> Wird eine Gleichung durch eine Umformung in eine – i.A. anders aussehende – äquivalente Gleichung umgeformt, dann heißt eine solche Umformung **<u>Äquivalenzumformung</u>**.
>
> Äquivalenzumformungen einer Gleichung sind insbesondere
>
> - das ***Vertauschen der beiden Seiten*** der Gleichung
> - das ***regelgerechte Termumformen*** einer der beiden Seiten der Gleichung
> - das ***Addieren der gleichen Zahl oder des gleichen Terms*** auf beiden Seiten der Gleichung
> - das ***Subtrahieren der gleichen Zahl oder des gleichen Terms*** auf beiden Seiten der Gleichung
> - das ***Multiplizieren*** der beiden Seiten der Gleichung ***mit der gleichen, von ‚0' verschiedenen Zahl bzw. mit dem gleichen Term, der beim Belegen der Variablen niemals den Wert ‚0' haben kann.***
> - das ***Dividieren*** der beiden Seiten der Gleichung ***durch die gleiche, von ‚0' verschiedene Zahl bzw. durch den gleichen Term, der beim Belegen der Variablen niemals den Wert ‚0' haben kann.***
>
> Das Durchführen einer Äquivalenzumformung verdeutlicht man durch einen vertikalen Strich hinter der Gleichung und der Angabe der Operation, die man durchführt.

Beispiele:

a)
$$6x - 4 = 14 \quad |+4$$
$$\Leftrightarrow 6x = 18$$

b)
$$3b + 4 = 4b - 1 \quad |-3b \quad |+5$$
$$\Leftrightarrow 5 = b$$

c)
$$5(z + 2) = 10 + 5z \quad |\text{TU} \quad |-5z$$
$$\Leftrightarrow 10 = 10$$

d)
$$3y + 4 = 3(y + 1) \quad |\text{TU} \quad -3y$$
$$\Leftrightarrow 4 = 3$$

e)
$$\frac{4}{p - 2} = 1 \quad |\cdot(p - 2)$$
$$\Leftrightarrow 4 = p - 2$$

f)
$$t^2 - 4 = 0 \quad |\text{TU} \qquad t^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (t - 2)(t + 2) = 0$$

