

Name:

Datum:

Zahlentheorie 3 - Allgemeine Teilbarkeitsregeln

Es gibt weitere Regeln, mit deren Hilfe du aus der Kenntnis eines oder mehrerer Teiler einer Zahl neue Teiler der Zahl erhalten kannst. Die wichtigsten Regeln findest du in der folgenden Auflistung.

Wir gehen immer davon aus, dass wir Teiler der Zahl a suchen.

1. Teilerpaare

Wenn die Zahl a die Zahl b als Teiler hat, dann ist auch die Zahl $a : b$ ein Teiler von a .

Für die Praxis bedeutet dies, dass du zu jedem Teiler b , den du von einer Zahl a gefunden hast, direkt einen zweiten Teiler $a : b$ der Zahl a angeben kannst.

Beispiele: a) 5 ist Teiler von 35. Dann ist auch $7 = 35 : 5$ ein Teiler von 35.
b) 3 ist Teiler von 315. Dann ist auch $105 = 315 : 3$ ein Teiler von 315.

2. Teilerregel

Wenn die Zahl a die Zahl b als Teiler hat, dann ist auch jeder Teiler von b ein Teiler von a .

Beachte aber, dass du damit noch nicht unbedingt alle Teiler der Zahl a gefunden hast.

Beispiele: a) 6 ist Teiler von 42. Dann sind auch 2 und 3 als Teiler von 6 Teiler von 42. 42 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 21.
b) 45 ist Teiler von 450. Dann sind auch 3, 5, 9 und 15 als Teiler von 45 Teiler von 450. 450 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 90.

3. Produktregel

Wenn sich die Zahl a in ein Produkt mit zwei Faktoren zerlegen lässt und b ein Teiler eines der beiden Faktoren ist, dann ist b auch Teiler der gesamten Zahl a .

Beachte aber, dass du damit noch nicht unbedingt alle Teiler der Zahl a gefunden hast.

Beispiele: a) 210 lässt sich in das Produkt $21 \cdot 10$ zerlegen. Dann sind 3 und 7 als Teiler von 21 sowie 2 und 5 als Teiler von 10 Teiler von 210. 210 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 42.
b) 1500 lässt sich in das Produkt $15 \cdot 100$ zerlegen. Dann sind 3 und 5 als Teiler von 15 sowie 2, 4, 5, 10, 25 und 50 als Teiler von 100 Teiler von 1500. 1500 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 500.

4. Summenregel

Wenn sich die Zahl a in eine Summe zerlegen lässt und die Zahl b ein gemeinsamer Teiler aller Summanden ist, dann ist b auch Teiler der gesamten Zahl a.

Beachte aber, dass du damit noch nicht unbedingt alle Teiler der Zahl a gefunden hast.

- Beispiele:** a) 48 lässt sich in die Summe $40 + 8$ zerlegen. Dann ist 8 als gemeinsamer Teiler von 40 und 8 Teiler von 48. 48 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 16.
b) 742 lässt sich in die Summe $700 + 42$ zerlegen. Dann ist 7 als gemeinsamer Teiler von 700 und 42 Teiler von 742. 742 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 14.

5. Differenzenregel

Wenn sich die Zahl a in eine Differenz zerlegen lässt und b ein gemeinsamer Teiler von Minuend und Subtrahend ist, dann ist b auch Teiler der gesamten Zahl a.

Beachte aber, dass du damit noch nicht unbedingt alle Teiler der Zahl a gefunden hast.

- Beispiele:** a) Die Zahl 72 lässt sich in die Differenz $80 - 8$ zerlegen. Dann ist 8 als gemeinsamer Teiler von 80 und 8 Teiler von 72. 72 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 36.
b) Die Zahl 686 lässt sich in die Differenz $700 - 14$ zerlegen. Dann ist 7 als gemeinsamer Teiler von 700 und 14 Teiler von 686. 686 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 14.

6. Teilerfremdheitsregel

Wenn die Zahl a die zwei teilerfremden Zahlen b und c als Teiler hat, dann ist auch das Produkt $b \cdot c$ ein Teiler von a.

Beachte aber, dass du damit noch nicht unbedingt alle Teiler der Zahl a gefunden hast.

- Beispiele:** a) 75 hat die teilerfremden Zahlen 3 und 5 als Teiler. Dann ist auch $15 = 3 \cdot 5$ Teiler von 75. 75 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 25.
b) 1540 hat die teilerfremden Zahlen 7 und 11 als Teiler. Dann ist auch $77 = 7 \cdot 11$ Teiler von 1540. 1540 hat aber noch weitere Teiler wie z.B. 10.