

## Proportionale Funktionen - Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen zwei Zahlen oder Größen, die in der Mathematik meist mit  $x$  und  $y$ , in Anwendungsaufgaben aber mit anderen Buchstaben bezeichnet werden, wird genau dann durch eine **Proportionale Funktion** beschrieben, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

**Für den Funktionsterm  $y(x)$  einer Proportionalen Funktion gilt:**

Der Funktionsterm  $y(x)$  kann in der Form  $y(x) = q \cdot x$  geschrieben werden mit einer Zahl oder einer Zahl mit Einheit, dem sogenannten **Proportionalitätsfaktor**, der meist mit  $q$  bezeichnet wird.

**Beispiele:**  $y(x) = 3 \cdot x$ , also  $q = 3$ ;  $v(M) = \frac{1 \text{ m}}{3 \text{ kg}} \cdot M$ , also  $q = \frac{1 \text{ m}}{3 \text{ kg}}$ ;  $P(V) = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}} \cdot V$ , also  $q = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$

**Für die Wertetabelle einer Proportionalen Funktion gilt:**

Für alle Wertepaare  $(x | y)$  - außer für das Wertepaar  $(0 | 0)$  - gilt:  $\frac{y}{x} = y : x = q$ , d.h. die Quotienten aus  $y$ -Wert und  $x$ -Wert haben immer den selben Wert, nämlich eine Zahl oder eine Zahl mit Einheit, den sogenannten **Proportionalitätsfaktor**, der meist mit  $q$  bezeichnet wird.

**Beispiele:**

<b>x</b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>y</b>	0	3	6	9	12	15	18

$3:1 = 3$  ;  $6:2 = 3$  ;  $9:3 = 3$  ;  $12:4 = 3$  ;  $15:5 = 3$  ;  $18:6 = 3$  ; hier ist also  $q = 3$ .

<b>M in kg</b>	0	0,3	0,6	1,5	3,0	4,5	6,0
<b>v in m</b>	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0

$0,1\text{kg} : 0,3\text{m} = \frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$  ;  $0,5\text{kg} : 1,5\text{m} = \frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$  ;  $1,5\text{kg} : 4,5\text{m} = \frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$  ; hier ist also  $q = \frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$ .

<b>V in l</b>	0	5	10	20	35	50	100
<b>P in €</b>	0	5,25	10,50	21,00	36,75	52,50	105,00

$5,25\text{€} : 5\text{l} = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$  ;  $21,00\text{€} : 20\text{l} = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$  ;  $36,75\text{€} : 35\text{l} = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$  ; hier ist also  $q = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$ .

**Für die Wertetabelle einer Proportionalen Funktion gilt:**

Zum Doppelten, Dreifachen, ..., zur Hälfte, einem Drittel, ..., einem beliebigen Vielfachen oder Teil eines  $x$ -Wertes gehört immer das Doppelte, Dreifache, ..., die Hälfte, ein Drittel, ..., das gleiche Vielfache bzw. der gleiche Teil des zugehörigen  $y$ -Wertes.

**Beispiele:**

**2 verdoppelt ergibt 4**

<b>x</b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>y</b>	0	3	6	9	12	15	18

**6 verdoppelt ergibt 12**

**0,3kg verfünffacht ergibt 1,5kg**

<b>M in kg</b>	0	0,3	0,6	1,5	3,0	4,5	6,0
<b>v in m</b>	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0

**0,1m verfünffacht ergibt 0,5m**

**Der siebte Teil von 35l ist 5l**

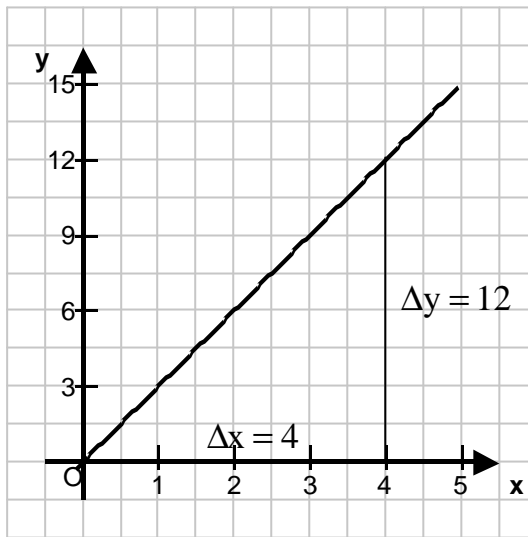
<b>V in l</b>	0	5	10	20	35	50	100
<b>P in €</b>	0	5,25	10,50	21,00	36,75	52,50	105,00

**Der siebte Teil von 36,75€ ist 5,25€**

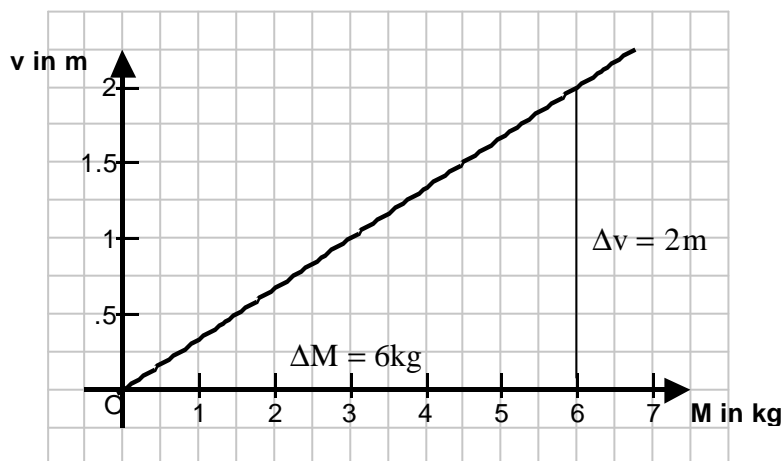
**Für den Funktionsgraph einer Proportionalen Funktion gilt:**

Der Graph ist ein Strahl durch den Ursprung (0|0) des Koordinatensystems, ein sogenannter **Ursprungsstrahl**. Die Steigung des Strahls, d.h. das Verhältnis der Änderung des y-Wertes zur entsprechenden Änderung des x-Wertes im Steigungsdreieck, ist der **Proportionalitätsfaktor q**.

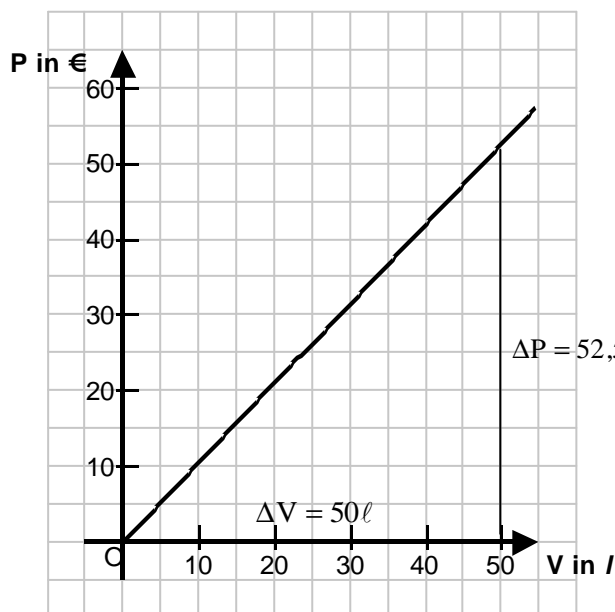
**Beispiele:**



$$q = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{4} = 3$$



$$q = \frac{\Delta v}{\Delta M} = \frac{2\text{m}}{6\text{kg}} = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{kg}}$$



$$q = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{52,50\text{€}}{50\text{l}} = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$$