

Name:

Datum:

Proportionale Funktionen - Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen zwei Zahlen oder Größen, die in der Mathematik meist mit x und y, in Anwendungsaufgaben aber mit anderen Buchstaben bezeichnet werden, wird genau dann durch eine **Proportionale Funktion** beschrieben, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

Für den Funktionsterm y(x) einer Proportionalen Funktion gilt:

Der Funktionsterm y(x) kann in der Form $y(x) = q \cdot x$ geschrieben werden mit einer Zahl oder einer Zahl mit Einheit, dem sogenannten **Proportionalitätsfaktor**, der meist mit q bezeichnet wird.

Beispiele: $y(x) = 3 \cdot x$, also $q = 3$; $v(M) = \frac{1 \text{ m}}{3 \text{ kg}} \cdot M$, also $q = \frac{1 \text{ m}}{3 \text{ kg}}$; $P(V) = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}} \cdot V$, also $q = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$

Für die Wertetabelle einer Proportionalen Funktion gilt:

Für alle Wertepaare (x | y) - außer für das Wertepaar (0 | 0) - gilt: $\frac{y}{x} = y : x = q$, d.h. die Quotienten aus y-Wert und x-Wert haben immer den selben Wert, nämlich eine Zahl oder eine Zahl mit Einheit, den sogenannten **Proportionalitätsfaktor**, der meist mit q bezeichnet wird.

Beispiele:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	6	9	12	15	18

3:1 = 3 ; 6:2 = 3 ; 9:3 = 3 ; 12:4 = 3 ; 15:5 = 3 ; 18:6 = 3 ; hier ist also q = 3.

M in kg	0	0,3	0,6	1,5	3,0	4,5	6,0
v in m	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0

0,1kg : 0,3m = $\frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$; 0,5kg : 1,5m = $\frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$; 1,5kg : 4,5m = $\frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$; hier ist also $q = \frac{1 \text{ kg}}{3 \text{ m}}$.

V in l	0	5	10	20	35	50	100
P in €	0	5,25	10,50	21,00	36,75	52,50	105,00

5,25€ : 5l = $1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$; 21,00€ : 20l = $1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$; 36,75€ : 35l = $1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$; hier ist also $q = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$.

Für die Wertetabelle einer Proportionalen Funktion gilt:

Zum Doppelten, Dreifachen, ..., zur Hälfte, einem Drittel, ..., einem beliebigen Vielfachen oder Teil eines x-Wertes gehört immer das Doppelte, Dreifache, ..., die Hälfte, ein Drittel, ..., das gleiche Vielfache bzw. der gleiche Teil des zugehörigen y-Wertes.

Beispiele:

2 verdoppelt ergibt 4

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	6	9	12	15	18

6 verdoppelt ergibt 12

0,3kg verfünffacht ergibt 1,5kg

M in kg	0	0,3	0,6	1,5	3,0	4,5	6,0
v in m	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0

0,1m verfünffacht ergibt 0,5m

Der siebte Teil von 35l ist 5l

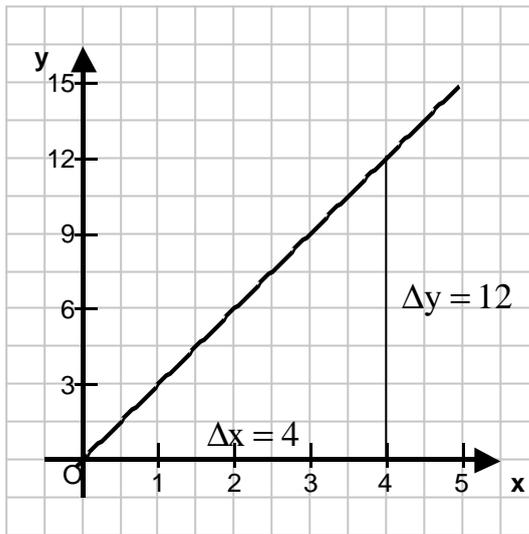
V in l	0	5	10	20	35	50	100
P in €	0	5,25	10,50	21,00	36,75	52,50	105,00

Der siebte Teil von 36,75€ ist 5,25€

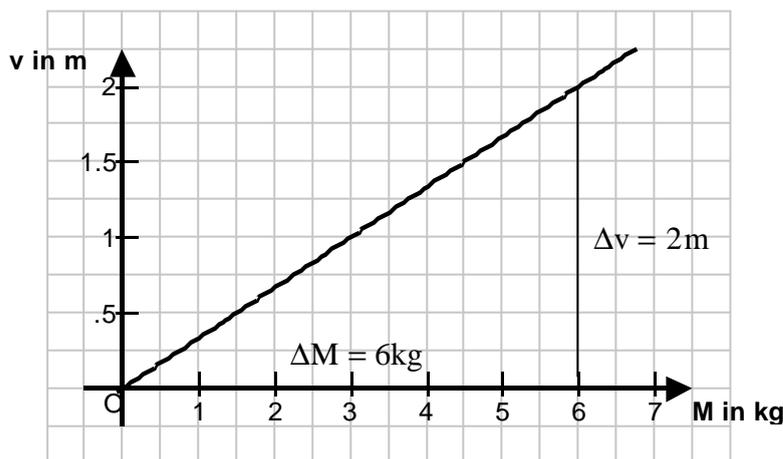
Für den Funktionsgraph einer Proportionalen Funktion gilt:

Der Graph ist ein Strahl durch den Ursprung (0|0) des Koordinatensystems, ein sogenannter **Ursprungsstrahl**. Die Steigung des Strahls, d.h. das Verhältnis der Änderung des y-Wertes zur entsprechenden Änderung des x-Wertes im Steigungsdreieck, ist der **Proportionalitätsfaktor q**.

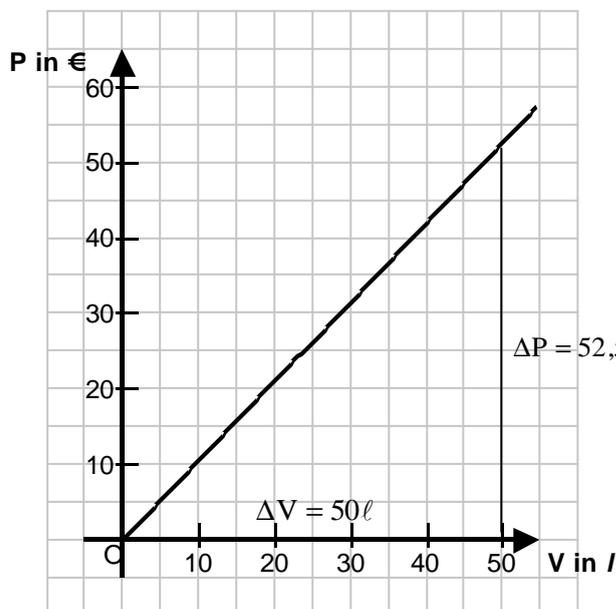
Beispiele:



$$q = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{4} = 3$$



$$q = \frac{\Delta v}{\Delta M} = \frac{2\text{m}}{6\text{kg}} = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{kg}}$$



$$q = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{52,50\text{€}}{50\text{l}} = 1,05 \frac{\text{€}}{\text{l}}$$