Mit Zinsen rechnen

Text: Wolfgang Torterotot
Illustrationen: Hannes Rall, Stuttgart
Layout: Silke Nalbach, Stuttgart
Lektorat: Birgit Stephan
Satz: Hahn Medien GmbH, Kornwestheim
Umschlaggestaltung nach einer Konzeption von Groothuis & Consorten
Druck und Binden: Forster-Druck, Altdorf
Papier hergestellt aus 100% chlorfrei gebleichtem Zellstoff
Printed in Germany
XXIV – 02/2002 310 662 000

Inhalt

Sparen bedeutet verzichten

Der urzeitliche Jäger hat einen langen und anstrengenden Tag hinter sich. Viele Stunden hat es gedauert, bis es ihm gelungen ist ein junges Wildpferd zu überlisten und zu erlegen.
Nun ist er auf dem Weg zur Lagerstelle, wo die anderen auf ihn warten. Während des ganzen Heimweges denkt er darüber nach, wie er sich die Jagd erleichtern kann.
Einige Wochen später ist unser Jäger mit einer anderen Aufgabe beschäftigt. Er ist dabei eine wichtige und harte Arbeit abzuschließen: eine Falle anzulegen, halb in die Erde eingegraben, aus Zweigen geflochten und gut getarnt.
Es ist nicht leicht die Falle zu bauen, denn er verfügt nur über wenige einfache Werkzeuge. Tagelang muss der Jäger arbeiten. In dieser Zeit kann er nicht auf die Jagd gehen, er hat also wenig zu essen.
Aber die Arbeit hat sich gelohnt, denn jetzt besitzt er ein Gerät, das ihm sein Leben erleichtert und in Zukunft seine Ernährung sichert.
Bei solchen Geschichten sollten wir daran denken, dass sich auch in der heutigen Zeit ganz ähnliche Handlungen abspielen: Tom zum Beispiel hat sich schon seit sechs Wochen kein Eis und keinen Kaugummi mehr gekauft, weil er das Geld lieber spart. Er will sich ein Fahrrad kaufen, wenn er das Geld dafür zusammen hat.

Was ist gemeinsam an diesen beiden Vorgängen? Was hat der Bau einer Falle durch unseren Urmenschen mit Toms Fahrrad zu tun?

Der Urmensch verzichtet auf das Essen, weil er seine Falle bauen will.
Tom verzichtet auf Eis und Kaugummi, weil er ein Fahrrad haben möchte.
Beide leisten also Konsumverzicht, weil sie etwas anderes besitzen wollen.

Hierbei hat es Tom natürlich einfacher, weil er ja zu Hause bei seiner Mutter essen kann.
Wir haben es heute überhaupt auf vielen Gebieten einfacher. Wir brauchen uns nicht mehr – wie der Urmensch – unsere Geräte und Maschinen selbst zu bauen. Wenn wir heute auf Konsum verzichten und sparen, dann bringen wir das Geld zur Sparkasse oder Bank. Diese verleiht unser Geld an Unternehmen und die Unternehmen kaufen damit zum Beispiel Maschinen, auf denen all das produziert wird, was wir zum Leben brauchen.
Konsumverzicht führt also heute nicht mehr direkt zum Entstehen von technischen Einrichtungen. Wir brauchen, wie wir gesehen haben, eine Stelle, die zwischen Sparern und der Industrie vermittelt: die Geldinstitute.
Hier werden viele einzelne Sparbeträge – auch die von Tom – gesammelt, um dann in den kleinen und großen Unternehmen zu Sachkapital zu werden. Sachkapital sagt man zu Maschinen und anderen betrieblichen Einrichtungen.
Die Unternehmen bekommen das Geld aber nicht umsonst geliehen. Sie müssen ihrer Sparkasse oder Bank dafür Zinsen (Soll-Zinsen) zahlen. Von diesen Zinsen bezahlen die Geldinstitute ihre Angestellten, die Werbung und die ganzen anderen Ausgaben und auch die Zinsen (Haben-Zinsen) an die Sparer.
Die Sparer bekommen nämlich dafür, dass sie ihr Geld der Sparkasse zur Verfügung stellen, auch Zinsen. Es muss sich ja lohnen, dass man spart. Wir wissen das und das hat auch schon unser urzeitlicher Jäger gewusst, sonst hätte er nicht tagelang auf das Essen verzichtet als er sich die Falle baute.

Sparen lohnt sich

Wir wollen nun das, was wir bis hierher so nebenbei gelernt haben, an einem Beispiel untersuchen:
Ein Sparer bringt 100,– Euro[1] zur Sparkasse. Die Sparkasse nimmt dieses Geld und noch viele andere gesparte Beträge und leiht eine größere Summe an ein Unternehmen aus. Das Unternehmen kauft sich dafür Maschinen zum Produzieren. Für das geliehene Geld zahlt das Unternehmen eine Art Leihgebühr an die Sparkasse. Davon bekommt der einzelne Sparer einen Teil ab, die »Guthaben-« = Haben-Zinsen. Die Höhe dieses Anteils liegt nicht fest. Zinsen ändern sich in ihrer Höhe hin und wieder; das hängt mit der Wirtschaftslage zusammen.
Unser Sparer bekommt seine Zinsen nach einem Jahr. Das werden für seine 100,– € ungefähr 2,– € sein, wie gesagt, mal mehr oder mal weniger.

[1] Abkürzung: €; 1 € = 100 Euro-Cent.

Die Prozentrechnung

Eine der wichtigsten Grundlagen des Wirtschaftsrechnens ist die **Prozentrechnung.**
Hierbei handelt es sich um eine Vergleichsrechnung, mit deren Hilfe es möglich wird unübersichtliche Zahlenverhältnisse vergleichbar zu machen.
Dazu benötigen wir einen Maßstab, an dem die verschiedenen Zahlen verglichen werden können:

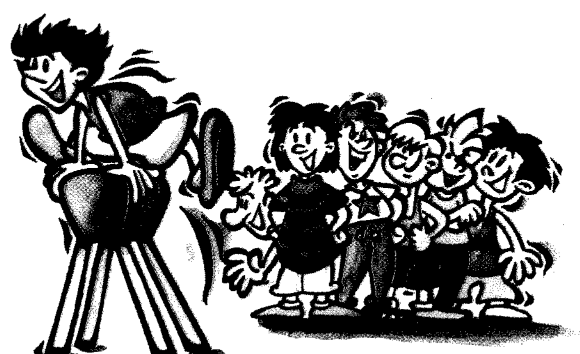
Wir setzen die Vergleichszahlen in das Verhältnis zur Zahl 100.

Beispiel

In Toms Klasse haben 7 Jungen die Note »gut« in Sport.
Die Klasse besteht aus 28 Schülern. In der Klasse von Karsten sind es nur 5 Schüler mit »gut« in Sport. Die Klasse besteht aber auch nur aus 25 Schülern. Tom und Karsten streiten sich. Welche Klasse ist im Sport besser?
Rechne jetzt mit Maßstab 100!

Toms Klasse:
Von 28 Schülern haben 7 »gut« in Sport.
Von 100 Schülern haben ? »gut« in Sport.

$$\frac{7 \cdot 100}{28} = 25$$



7 »gute« Sportler aus Toms Klasse

Karstens Klasse:
Von 25 Schülern haben 5 die Note »gut« in Sport.
Von 100 Schülern haben ? »gut« in Sport.

$$\frac{5 \cdot 100}{25} = 20$$

Das bedeutet: Wenn in beiden Klassen je 100 Schüler wären, hätten in Toms Klasse 25 und in Karstens Klasse 20 eine gute Zensur in Sport.

Die Kurzform für diesen Vergleich sieht so aus:
Toms Klasse hat
25 % (Prozent) gute Sportler.
Karstens Klasse hat
20 % (Prozent) gute Sportler.

5 »gute« Sportler aus Karstens Klasse

Die Bezeichnung »Prozent« kommt aus dem Lateinischen und heißt »vom Hundert«. Immer wenn wir also das Prozentzeichen (%) sehen wissen wir, dass der Maßstab 100 angewendet werden soll.

In der **Prozentrechnung** müssen wir uns drei Begriffe merken, mit denen wir dann weiterrechnen können:

Prozentsatz,
Grundwert und
Prozentwert.

25%	von	28	Schülern	=	7	Schüler
Prozentsatz		**Grundwert**			**Prozentwert**	

Wir ermitteln den Prozentwert

Wir können den Prozentwert nur ermitteln, wenn die beiden anderen Werte, also Prozentsatz und Grundwert, gegeben sind.

Beispiel

Wenn wir für 300,– € einkaufen, erhalten wir einen Rabatt von 5 %. Wie viel € sind das?

5 % von 300,– € = ?

Wir rechnen:
1 % von 300,– € = 300,– € : 100 = 3,– €
5 % von 300,– € = 5 · 3,– € = 15,– €

also:

$$\frac{300}{100} \cdot 5 = 15$$

Grundwert, geteilt durch 100 = 1 % des Grundwerts	**Prozentsatz**	**Prozentwert**

Merksatz

Wir ermitteln den Prozentwert, indem wir den Grundwert durch 100 teilen und mit dem Prozentsatz malnehmen.

Übungen

1. Ein Fahrrad kostet 345,– € + 16 % Mehrwertsteuer. Wie hoch ist der Endpreis?
2. Toms Taschengeld wird erhöht. Er bekam im Monat 25,– €. Jetzt soll er 20 % mehr erhalten. Wie hoch ist künftig sein Taschengeld?
3. Die Schüler-Monatskarten kosteten bisher 40,– €. Sie sollen 7,5 % teurer werden. Was kosten sie nach der Erhöhung?

Wir ermitteln den Grundwert

Auch den Grundwert können wir nur finden, wenn wir die beiden anderen Werte kennen. Wir müssen also wissen, wie groß der Prozentwert und der Prozentsatz sind.

Beispiel

Im Schlussverkauf ist ein Pullover um 18,– € (= 40 %) im Preis herabgesetzt worden.
Wie teuer war der Pullover vor der Herabsetzung?

40 % ≙ 18,– €
100 % ≙ ? €

Wir rechnen:

40 % ≙ 18,– €
1 % ≙ 18,– € : 40 = 0,45 €
100 % ≙ 0,45 € · 100 = 45,– €

also:

Prozentwert

$$\frac{18 \cdot 100}{40} = 45 \quad \textbf{Grundwert}$$

Prozentsatz

Der Pullover hat vor der Preisherabsetzung 45,– € gekostet.

Merksatz

Wir ermitteln den Grundwert, indem wir den Prozentwert mit 100 malnehmen und durch den Prozentsatz teilen.

Übungen

1. 20 Prozent (%) entsprechen 85,– €. Wie hoch war der Verkaufspreis?
2. Durch Preisvergleiche und geschicktes Ausnutzen von Sonderangeboten hat die Mutter beim Einkaufen 12,– € gespart. Das sind 8 % des gesamten Einkaufs. Für wie viel Euro hat die Mutter eingekauft?
3. Wenn wir eine Rechnung gleich bezahlen, dürfen wir 3 % Skonto[1], das sind 7,50 €, abziehen. Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?

[1] Skonto = ein Abzugsbetrag, der bei Barzahlung oder Zahlung innerhalb einer bestimmten Frist abgesetzt werden darf.

Wir ermitteln den Prozentsatz

Wir benötigen jetzt den Grundwert und den Prozentwert, damit wir den Prozentsatz errechnen können.

Beispiel

Denkt noch einmal an das erste Beispiel mit den guten Sportlern in Toms und Karstens Klasse:
Dabei haben wir den Prozentsatz guter Sportler in beiden Klassen ermittelt. Wir wussten den **Grundwert**, das waren in Toms Klasse 28 Schüler. Wir kannten auch den **Prozentwert**, das waren die 7 Schüler mit der Note »gut« in Sport.

Wir erinnern uns noch einmal:

$$\frac{\overset{\textbf{Prozentwert}}{7 \cdot 100}}{\underset{\textbf{Grundwert}}{28}} = 25 \quad \textbf{Prozentsatz}$$

Merksatz

Wir ermitteln den Prozentsatz, indem wir den Prozentwert mit 100 multiplizieren und durch den Grundwert teilen.

Übungen

1. In einer Klasse sind 15 Mädchen und 10 Jungen. Zusammen sind es also 25 Schülerinnen und Schüler. Wie viel Prozent Jungen und Mädchen sind das?
2. Tom kauft sich neue Fußballschuhe. Der Preis beträgt 108,– €. Sein Geld reicht nicht ganz aus. Sein Vater muss 27,– € dazulegen. Wie viel Prozent des Kaufpreises hatte Tom zusammengespart?
3. In der 6. Klasse wurden von 35 Schülern
   a 7
   b 5
   c 3
   nicht versetzt. Wie viel Prozent waren das jeweils?

Die Zinsrechnung

Der Prozentsatz spielt auch in der Zinsrechnung eine wichtige Rolle. Er bekommt aber einen neuen Namen: **Zinssatz.**
Auch die anderen Begriffe der Zinsrechnung werden ähnlich verwendet wie die der Prozentrechnung:

Zinsrechnung		**Prozentrechnung**
Zinssatz (p)	←	Prozentsatz
Zinsen (Z)	←	Prozentwert
Kapital (K)	←	Grundwert

Als neuer Wert kommt noch die Zeit hinzu.

Beispiel

Tom hat ein Sparkassenbuch und bekommt für sein erspartes Geld 2 % Zinsen. Das bedeutet, dass er am Jahresende 2,– € bekommt, wenn er 100,– € ein Jahr lang bei der Sparkasse gelassen hat. Hätte er 200,– € bei der Sparkasse angelegt, so hätte er auch hier 2 % für ein Jahr bekommen, nämlich 4,– €.

Wenn er nun sein Geld aber schon nach einem halben Jahr abholt, um sich einen CD-Player zu kaufen, könnte ihm die Sparkasse natürlich nicht die vollen Zinsen zahlen. Er würde nur die Hälfte bekommen, also für 100,– € nur 1,– € oder für 200,– € nur 2,– €. Sein Geld befand sich ja nur halb so lange auf dem Sparkassenbuch.

Ihr seht, dass es wichtig ist bei der Zinsrechnung die Zeit zu beachten, weil sonst die Zinsen für die Sparer nicht genau und gerecht ermittelt werden können.

Beispiel

Eine Sparkasse zahlt 2 % Zinsen. Tom hat ein Guthaben von 130,– €. Wie hoch sind die Zinsen für ein Jahr?

Kapital (K) **Zinssatz (p)**

$$\frac{130 \cdot 2}{100} = 2{,}60$$

Also: oder kurz:

$$\frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinssatz}}{100} = \text{Zinsen} \qquad \frac{K \cdot p}{100} = Z$$

Die Zinsen für ein Jahr betragen 2,60 €.

Ihr habt sicher gemerkt, dass hier noch gar keine Zeitbegriffe verwendet wurden. Das liegt daran, dass die Zinsrechnung für ein Jahr mit der schon bekannten Prozentrechnung übereinstimmt. Es ist aber sehr selten, dass sich jemand genau für ein Jahr Geld leiht oder sein Geld genau für ein Jahr zur Sparkasse bringt. Meist spart man doch, bis die Summe, die man braucht, zusammengekommen ist. Oder man bemüht sich geliehenes Geld so schnell wie möglich zurückzuzahlen und nicht erst nach einem Jahr.
Bei den Geldinstituten wird daher meist mit Tageszinsen gerechnet. Das hat den Vorteil, dass man die anderen Zeiträume gut erfassen

kann, weil sie sich alle in Tage umrechnen lassen. Der Kaufmann rechnet aus Gründen der Vereinfachung mit abgerundeten Werten:

ein Jahr entspricht bei der deutschen Zinsrechnung 360 Tagen und ein Monat entspricht 30 Tagen.

Natürlich wissen die Kaufleute, dass sie dabei eigentlich einen Fehler machen, weil eben nicht alle Monate 30 Tage haben und das Jahr natürlich auch für Kaufleute 365 Tage lang ist.
Aber die Kaufleute wissen auch, dass dieser Fehler sehr klein ist und dass es sich nicht lohnt deswegen eine komplizierte Rechnung durchzuführen. Also rechnen wir das Jahr auch mit 360 Tagen.

Merksatz

Wir ermitteln die Tageszinsen, indem wir die Jahreszinsen durch 360 teilen und diesen Quotienten mit der Anzahl der Tage multiplizieren, für die das Kapital verzinst wird.

Wenn wir also die Zinsen wissen wollen, die uns ein Kapital in 43 Tagen bringt, gehen wir folgenden Weg:

wir ermitteln die Zinsen für ein Jahr,
wir teilen die Jahreszinsen durch 360,
wir multiplizieren die so gefundenen Tageszinsen mit 43.

Am besten probieren wir das an einer richtigen Aufgabe aus:

Beispiel

Toms großer Bruder Jan, der gerade seine Ausbildung als Tischler beendet hat, möchte sich gern einen Gebrauchtwagen kaufen. Auf seinem Sparkassenbuch hat er 1200,– €. Das gebrauchte Auto kostet aber mehr: 2100,– €. Die fehlenden 900,– € könnte Jan gut von seiner nächsten Weihnachtsprämie bezahlen. Diese Weihnachtsprämie gibt es aber erst in einem halben Jahr.
Wie kann Jan geholfen werden?
Jan erkundigt sich bei der Sparkasse nach einem günstigen Kredit und erfährt dort, dass er die fehlenden 900,– € bekommen kann. Er muss mit 9 % Zinsen rechnen.

Wir wissen noch:

$$Z \text{ (Jahreszinsen)} = \frac{K \text{ (Kapital)} \cdot p \text{ (Zinssatz)}}{100}$$

Jetzt teilen wir die Jahreszinsen durch 360, weil wir ja erst einmal die Zinsen für einen Tag haben wollen und gleichzeitig multiplizieren wir mit der Anzahl der Tage (t).

Das ist also unsere **Tageszinsformel:**

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$$

Ermitteln wir mit dieser Formel gleich unser Ergebnis:

$$Z = \frac{900 \cdot 9 \cdot 180}{100 \cdot 360}$$

$$Z = 40{,}50 \text{ €}$$

Jan muss also für den Kredit von 900,– € für die Dauer eines halben Jahres (180 Tage) 40,50 € Zinsen zahlen.

Übungen

Wir berechnen die Zinsen von

1.	3600,– €	zu	3 %	in	60 Tagen
2.	180,– €	zu	9 %	in	180 Tagen
3.	682,– €	zu	4,5 %	in	132 Tagen
4.	4314,– €	zu	9,5 %	in	97 Tagen

In den bisherigen Übungsaufgaben waren die Tage immer genau angegeben. In der Praxis ist das natürlich schwieriger.

Da haben wir immer nur die Daten und müssen die Anzahl von Tagen erst errechnen.
Wenn jemand zum Beispiel sein Sparguthaben vom 6. 6. bis zum 20. 11. bei der Sparkasse angelegt hat, müssen wir erst ermitteln, wie viele Tage das waren.

6. 6. — Juli | August | Sept. | Okt. — 20. 11.

$\underbrace{\quad}_{\text{24 Tage}}$ $\underbrace{\text{Juli | August | Sept. | Okt.}}_{\text{120 Tage}}$ $\underbrace{\quad}_{\text{20 Tage}}$

also: 24 Tage + 120 Tage + 20 Tage = 164 Tage

oder: 20. 11.
– 6. 6.

5 Monate ⟶ 150 Tage
14 Tage ⟶ 14 Tage

164 Tage

Übungen

Wir ermitteln die Zinstage für die Zeit vom

1. 4.6. – 12.9.

2. 1.1. – 30.7.

3. 27.3. – 4.6.

4. 23.1. – 17.4.

5. 9.7. – 24.10.

Wir ermitteln das Kapital, den Zinssatz und die Zeit

In unserer Tageszinsformel finden wir auch die Begriffe **Kapital, Zinssatz** und die **Zeit** (wir haben bisher immer Tage gesagt). Durch Umstellen dieser Gleichung finden wir drei weitere Formeln, die es uns erleichtern, Kapital, Zinssatz und Zeit zu ermitteln. Es ist lediglich nötig die uns schon bekannte Tageszinsformel nach den gesuchten Begriffen aufzulösen.

Das ergibt für das Kapital: $K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$

Für den Zinssatz ergibt sich dann: $p = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t}$

und für die Zeit: $t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot K}$

Die Anwendung dieser Formeln erfolgt in gleicher Weise, wie wir es bei der Tageszinsformel gelernt haben.

Beispiel

Welches Kapital bringt bei 6-prozentiger Verzinsung in 40 Tagen 200,– € Zinsen?

$$K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$$

$$K = \frac{200 \cdot 100 \cdot 360}{6 \cdot 40}$$

K = 30 000

Ein Kapital von 30 000,– € bringt in 40 Tagen 200,– € Zinsen.

Zu welchem Zinssatz wurde ein Guthaben verzinst, das 2300,– € betrug, 60 Tage lang angelegt war und 23,– € Zinsen erbrachte?

$$p = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{K \cdot t}$$

$$p = \frac{23 \cdot 100 \cdot 360}{2300 \cdot 60}$$

p = 6,0

Der Zinssatz betrug 6,0 %.

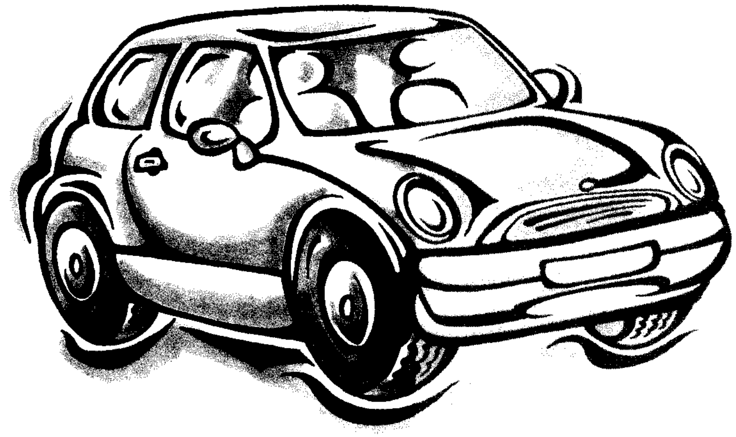
Ein Betrag von 6000,– € wurde am 15.4. einschließlich Zinsen (Zinssatz 9 %) mit 6060,– € zurückgezahlt.
Für welche Zeit war der Betrag ausgeliehen worden?

$$t = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot K}$$

$$t = \frac{60 \cdot 100 \cdot 360}{9 \cdot 6000}$$

t = 40

Die 6000,– € waren für 40 Tage ausgeliehen worden.



Eigenkapital | Kredit

Wir haben jetzt für jede der gefundenen Formeln eine Aufgabe durchgerechnet. Wir merken also, dass es darauf ankommt herauszufinden, welche Angaben im Text der Aufgabe gegeben sind. Wenn wir diese Angaben erkannt haben, wissen wir auch, welche fehlt und welche Formel wir einsetzen müssen.

Wir wollen das noch einmal gemeinsam üben:

Beispiel

Eine Sparkasse zahlt einem Kunden für die Zeit vom 1.3. bis 1.6. bei einem Zinssatz von 3 % 150,– € Zinsen. Wie hoch ist das angelegte Kapital?

Hier ist die Lösung ganz einfach, weil die Frage in der Aufgabe ganz deutlich angibt was fehlt: das Kapital. Aber vergleichen wir trotzdem einmal: gegeben sind

die Zeit (nämlich vom 1.3. bis zum 1.6.),
der Zinssatz (die 3 %) und
die Zinsen (die 150,– €).
Das Kapital fehlt. Deshalb kommt nur eine Formel in Frage, nämlich:

$$K = \frac{Z \cdot 100 \cdot 360}{p \cdot t}$$

Bevor wir aber die Formel einsetzen können, müssen wir noch die Anzahl der Tage ausrechnen, denn mit der Angabe vom 1.3. bis 1.6. können wir in der Formel nichts ausrichten.

1.3. 1.4. 1.5. 1.6.

30 Tage + 30 Tage + 30 Tage = 90 Tage

Diese 90 Tage setzen wir zusammen mit den anderen Werten in die Formel ein:

$$K = \frac{150 \cdot 100 \cdot 360}{3 \cdot 90}$$

Bevor wir den Bruchstrich ausrechnen versuchen wir natürlich noch zu kürzen, denn dadurch wird die Rechnung einfacher.

$$K = \frac{\overset{50}{\cancel{150}} \cdot 100 \cdot \overset{4}{\cancel{360}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{1}{\cancel{90}}}$$

K = 20 000,– €

Der Kunde hatte ein Kapital von 20 000,– € angelegt.

Übungen

Rechne auf die gleiche Weise die Übungsaufgaben aus:

1. Ein Sparer möchte halbjährlich 1200,– € Zinsen erhalten. Wie viel Euro muss er bei einem Zinssatz von 4 % einzahlen?

2. Für einen Kredit in Höhe von 13 000,– €, der am 13. 5. aufgenommen wurde, muss ein Kunde bei einem Zinssatz von 9 % 195,– € Zinsen zahlen. An welchem Tag wurde der Kredit zurückgezahlt?

3. Ein Sparer zahlt am 15. 7. auf ein neu eingerichtetes Sparkassenbuch 700,– € ein. Er erhält 2 % Zinsen. Wie hoch ist der Zinsbetrag, den ihm die Sparkasse am Jahresende gutschreibt?

4. Ein Großhändler hat folgende Zahlungsbedingungen:
Zahlbar innerhalb von 10 Tagen mit 3 % Skonto,
innerhalb von 30 Tagen mit 2 % Skonto,
sonst ohne Abzug.
Die Rechnung lautet über 850,– €. Sie ist am 17. 8. ausgestellt.
Wie viel Euro müssen wir überweisen, wenn wir am
a 20. 8.
b 10. 9.
c 20. 9.
unsere Zahlung leisten?

5. Wann muss ein 9%iges Darlehen in Höhe von 11 000,– € zurückgezahlt werden, wenn nicht mehr als 165,– € Zinsen entstehen sollen? Das Darlehen wurde am 11. 4. aufgenommen.

Die kaufmännische Zinsrechnung mit Zinszahl und Zinsteiler

Von den Kaufleuten, die darauf angewiesen sind schnell und genau zu rechnen, kann man eine Menge lernen.
Wir schauen uns jetzt einmal die deutsche kaufmännische Zinsformel an, die im Geschäftsleben häufig verwendet wird.
Der Ausgangspunkt ist unsere allgemeine Zinsformel, die wir jetzt schon gut kennen:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Tage} \cdot \text{Zinssatz}}{100 \cdot 360}$$

Aus der Bruchrechnung wissen wir noch, dass wir diese Formel auch noch anders schreiben können ohne ihren Sinn zu verändern; zum Beispiel so:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Tage}}{100} \cdot \frac{\text{Zinssatz}}{360}$$

Wir wissen auch noch, dass der Wert der Gleichung nicht verändert wird, wenn wir durch den Kehrwert des zweiten Bruches dividieren.
Deshalb können wir die Formel auch so schreiben:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Kapital} \cdot \text{Tage}}{100} : \frac{360}{\text{Zinssatz}}$$

Zinszahl (#) **Zinsteiler**

Merksatz

Die Zinszahl wird ermittelt, indem wir das Kapital durch 100 teilen und mit der Anzahl der Tage malnehmen.

Der Zinsteiler wird ermittelt, indem wir 360 durch den Zinssatz teilen.

Die kaufmännische Zinsformel heißt also:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Zinszahl}}{\text{Zinsteiler}}$$

Am günstigsten ist die Anwendung der kaufmännischen Zinsformel, wenn bei der Ermittlung des Zinsteilers, also bei der Division 360 : Zinssatz, eine glatte Zahl herauskommt.

Beispiel

Wie viel Zinsen bringen 8000,– € bei einer Verzinsung von 3 % in 50 Tagen?

Als Erstes ermitteln wir die Zinszahl (#), indem wir das Kapital durch 100 teilen und mit der Zahl der Tage malnehmen. Also:

$$\frac{8000 \cdot 50}{100} = 4000\ (\#)$$

Danach suchen wir den Zinsteiler, indem wir 360 durch den Zinssatz teilen. Also:

$$\frac{360}{3} = 120$$

Jetzt setzen wir die kaufmännische Zinsformel an:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Zinszahl}}{\text{Zinsteiler}}$$

$$\text{Zinsen} = \frac{4000}{120} = 33{,}333...$$

8000,– € bringen bei 3%iger Verzinsung in 50 Tagen 33,33 € Zinsen.

Beispiel

Ein Kaufmann muss für einen Kredit in Höhe von 25 000,– € für die Zeit vom 1. 8. bis zum 11. 9. 12 % Zinsen zahlen. Wie hoch ist der Zinsbetrag?

Wir rechnen erst die Anzahl der Tage aus: es sind 40 Tage. Jetzt setzen wir wieder die kaufmännische Zinsformel an:

$$\text{Zinsen} = \frac{\text{Zinszahl}}{\text{Zinsteiler}}$$

Zuerst errechnen wir die Zinszahl:

$$\frac{25\,000 \cdot 40}{100} = 10\,000\ \#$$

Nun den Zinsteiler: 360 : 12 = 30

Jetzt müssen nur noch die Zinsen durch die Division

10 000 : 30 ermittelt werden.

Der Kaufmann muss 333,33 € Zinsen zahlen.

Beim Rechnen mit der deutschen kaufmännischen Zinsformel merken wir, dass es eine ganze Reihe von Zinssätzen gibt, bei denen sich als Zinsteiler eine glatte Zahl ergibt.
Wir wollen uns die wesentlichen und gebräuchlichsten »bequemen« Zinsteiler merken und immer dann, wenn sie auftauchen, mit der kaufmännischen Zinsformel rechnen.

360 : Zinssatz	= Zinsteiler	360 : Zinssatz	= Zinsteiler
360 : 1 (%)	= 360	360 : 5 (%)	= 72
360 : 1,5 (%)	= 240	360 : 6 (%)	= 60
360 : 2 (%)	= 180	360 : 7,5 (%)	= 48
360 : 2,25 (%)	= 160	360 : 8 (%)	= 45
360 : 2,5 (%)	= 144	360 : 9 (%)	= 40
360 : 3 (%)	= 120	360 : 10 (%)	= 36
360 : 4 (%)	= 90	360 : 12 (%)	= 30
360 : 4,5 (%)	= 80	360 : 15 (%)	= 24

Der Laufzeit-Zinssatz

Der **Laufzeit-Zinssatz** spielt eine Rolle bei Konsumkrediten. Das sind meist persönliche Kredite, die von Arbeitnehmern zur Finanzierung von Anschaffungen benötigt werden.
Diese Anschaffungsdarlehen werden in der Regel mit festen monatlichen Raten zurückgezahlt und verzinst. Dabei wird eine Bearbeitungsgebühr – gewöhnlich in der Höhe von 2 % – erhoben. Die Zinsen werden pro Monat auf das ganze Darlehen berechnet.

Eine monatliche Rate enthält somit

- die Verzinsung,
- die anteilige Rückzahlung und
- die anteilige Bearbeitungsgebühr.

Beispiel

Ein Anschaffungsdarlehen von 8000,– €, monatlicher Zinssatz 0,5 %, Bearbeitungsgebühr 2 %, soll in 24 monatlichen Raten zurückgezahlt werden.

Verzinsung			
0,5 % von 8000,– €	=	40,– €	
24 · 40,– €	=		960,– €
Darlehensbetrag			8000,– €
Bearbeitungsgebühren 2 % von 8000,– €	=		+ 160,– €
			9120,– €

9120,– € : 24 = 380,– €

Das Darlehen wird mit einer monatlichen Rate von 380,– € zurückgezahlt. Die Rate enthält die Zinsen, die Rückzahlung und die Gebühren.

Normalerweise weiß ein Kunde ganz genau, wie viel Geld er als Darlehen benötigt. Er weiß natürlich auch, wie viel er für die monatliche Rate aufwenden möchte.
Es muss noch die Anzahl der Raten ermittelt werden.

Die Gesamtsumme, aus der sich die Raten nach Anzahl und Höhe genau ermitteln lassen, ergibt sich aus der folgenden Addition:

Darlehensbetrag	(D)
+ Monatszinsen multipliziert mit der Anzahl der Monate	$(Z_m \cdot x)$
+ Gebühr	(G)
= Gesamtsumme (Rate multipliziert mit der Anzahl der Monate)	$(R \cdot x)$

Als Gleichung geschrieben:

$$D + (Z_m \cdot x) + G = (R \cdot x)$$

Nach x aufgelöst:

$$D + G = R \cdot x - Z_m \cdot x$$
$$D + G = x\,(R - Z_m)$$
$$\frac{D + G}{R - Z_m} = x$$

Merksatz

Wir ermitteln die Anzahl der Raten, indem wir den Darlehensbetrag mit den Gebühren zusammenzählen und die so gefundene Summe durch die Differenz aus dem Euro-Betrag der Rate und dem Euro-Betrag des monatlichen Zinses teilen.

Beispiel

Ein Sparkassenkunde möchte für die Anschaffung neuer Möbel ein Darlehen in Höhe von 10 000,– € aufnehmen.
Er hat vor, monatlich eine Rate von etwa 400,– € zu zahlen. Die Bearbeitungsgebühr beträgt 2 % von der Darlehenssumme. Der monatliche Zins beträgt 0,48 %.
Der Kunde möchte wissen, wie viele Raten er zahlen muss, bis das Darlehen getilgt ist und wie hoch die einzelne Rate genau ist.
Wir setzen die Werte der Aufgabe in die Formel ein:

$$x = \frac{D + G}{R - Z_m}$$

$$x = \frac{10\,000 + 200}{400 - 48}$$

$$x = 10\,200 : 352$$

$$x = 28{,}98$$

Da eine gebrochene Anzahl von Raten nicht möglich ist, gehen wir von 29 Raten aus. Um die genaue Höhe der Raten feststellen zu können, benötigen wir noch die Gesamtsumme:

Darlehensbetrag	10 000,– €
+ Verzinsung (0,48 % von 10 000,– € · 29)	1 392,– €
+ Bearbeitungsgebühren (2 % von 10 000,– €)	200,– €
	11 592,– €

Die Höhe der einzelnen Raten kann unterschiedlich festgelegt werden. Meist hat eine der Raten einen abweichenden Betrag, weil gern glatte Zahlen gewählt werden.

Wir teilen die Gesamtsumme durch die Anzahl der Raten:

11 592,– € : 29 = 399,72 €

Man könnte jetzt 29 Raten zu 399,72 € vereinbaren. In der Praxis kann die Lösung etwas anders aussehen,

etwa:

eine Rate zu 392,– €	**=**	**392,– €**
28 Raten zu 400,– €	**=**	**11 200,– €**
		11 592,– €

Durch die Einrechnung der Bearbeitungsgebühr in die monatliche Rate und insbesondere durch die monatliche Zinsberechnung ist die Ermittlung des effektiven Jahreszinssatzes nicht einfach.

Wir müssen beachten,

- dass der Kreditbetrag sich schon nach Zahlung der ersten Rate verringert und mit jeder weiteren gezahlten Rate geringer wird,
- dass der pro Monat berechnete Zinssatz aber von der ganzen Kreditsumme berechnet wird und
- dass wir also nicht einfach den monatlichen Zinssatz mit 12 malnehmen können um den Jahreszinssatz zu ermitteln.

Wir können aber von einem mittleren Rückzahlungstag ausgehen, der bei gleichhohen Raten genau zwischen der ersten und der letzten Rate liegt.
Bei monatlichen Raten wird die erste Rate genau einen Monat nach Auszahlung des Darlehens gezahlt. Wenn von einer 10-monatigen Laufzeit ausgegangen wird, ist die letzte Rate genau 10 Monate später fällig. Die Mitte zwischen Auszahlungstag und Termin der letzten Rate ist der mittlere Rückzahlungstag. In unserem Beispiel würden wir den mittleren Rückzahlungstag 5,5 Monate nach Darlehensauszahlung finden. Diese 5,5 Monate entsprechen der durchschnittlichen Laufzeit des Gesamtdarlehens.

Beispiel

Bei einem monatlichen Zinssatz von 0,47% und einer 2%igen Bearbeitungsgebühr ergibt sich folgende Ermittlung der effektiven Verzinsung:

Zinsen		
12 · 0,47 %	=	5,64 %
Bearbeitungsgebühr	=	2,00 %
Gesamte Belastung	=	7,64 %

Umrechnung:

Gesamte Belastung	
für 5,5 Monate	7,64 %
für 12 Monate	?

$$x = \frac{7{,}64 \cdot 12}{5{,}5}$$

$$x = 16{,}669\,\%$$

$$x = 16{,}67\,\%$$

Die effektive jährliche Zinsbelastung beträgt in diesem Fall 16,67 %.

Wenn die Bearbeitungsgebühr nicht in die jährliche Zinsbelastung eingerechnet wird, gilt der Ansatz:

$$x = \frac{5{,}64 \cdot 12}{5{,}5}\text{, und es folgt}$$

$$x = 12{,}305\,\%$$

$$x = 12{,}31\,\%$$

Die effektive jährliche Zinsbelastung beträgt – ohne Einrechnung der Gebühren – nur 12,31 %.

Beachte

Die hier verwendete Methode für die Ermittlung der effektiven Verzinsung ist nicht ganz genau, weil sie die Zinseszinseffekte nicht berücksichtigt, die bei der Rückzahlung von Darlehen mit festen Raten entstehen.
In der Praxis führen die Kreditinstitute solche Ermittlungen mit Hilfe von Computern durch. Der Kunde erhält dann einen Ausdruck mit allen für ihn wichtigen Informationen.

Beispiel

Nr. 1	Darlehenswunsch (€)	10 000,00
	Darlehen-Nominalbetrag (€)	10 000,00
	Zinsen (€)	2 304,00
	Darlehen + Zinsen (€)	12 304,00
	Bearbeitungsgebühr (€)	200,00
	Darlehen + Zinsen + Bearbeitungsgebühr (€)	12 504,00
	Laufzeit Monate	48
	Folgeraten (€)	260,50
	Zins p. M. (%)	0,48
	Effektivzinssatz mit Bearbeitungsgebühr (%)	12,10
	Effektivzinssatz ohne Bearbeitungsgebühr (%)	11,14
Nr. 2	Darlehenswunsch (€)	10 000,00
	Darlehen-Nominalbetrag (€)	10 000,00
	Zinsen (€)	1 728,00
	Darlehen + Zinsen (€)	11 728,00
	Bearbeitungsgebühr (€)	200,00
	Darlehen + Zinsen + Bearbeitungsgebühr (€)	11 928,00
	Laufzeit Monate	36
	Folgeraten (€)	331,33
	Zins p. M. (%)	0,48
	Effektivzinssatz mit Bearbeitungsgebühr (%)	12,58
	Effektivzinssatz ohne Bearbeitungsgebühr (%)	11,27

Übungen

1. Ein Anschaffungsdarlehen von 5000,– € soll mit 0,4 % pro Monat verzinst werden. Die Bearbeitungsgebühren betragen 2 %. Der Kunde möchte pro Monat höchstens 300,– € als Rate zahlen.
Wie viele Raten fallen an? Die erste Rate kann einen niedrigeren Betrag haben als die anderen.

2. Ein Anschaffungsdarlehen von 12 000,– €, monatlicher Zinssatz 0,5 %, Bearbeitungsgebühr 2 %, soll in 24 monatlichen Raten zurückgezahlt werden.
Wie hoch sind die Raten?

3. Ein Kunde finanziert seinen Wohnwagen für einen Urlaub an der Atlantikküste mit einem Anschaffungsdarlehen von 15 000,– €. Der Zinssatz beträgt 0,46 % pro Monat, die Bearbeitungsgebühren 2 %, die Rückzahlung erfolgt in 36 Monatsraten.
Wie hoch sind die Raten?

Lösungen der Übungsaufgaben

Seite 10
1. 400,20 €
2. 30,– €
3. 43,– €

Seite 12
1. 425,– €
2. 150,– €
3. 250,– €

Seite 14
1. 60 % Mädchen, 40 % Jungen
2. 75 %
3. a 20 %
   b 14,29 %
   c 8,57 %

Seite 18
1. 18,– €
2. 8,10 €
3. 11,25 €
4. 110,43 €

Seite 19
1. 98 Tage
2. 209 Tage
3. 67 Tage
4. 84 Tage
5. 105 Tage

Seite 24
1. 60 000,– €
2. 60 Tage später: am 13. 7.
3. 6,42 €
4. a 824,50 €
   b 833,– €
   c 850,– €
5. 60 Tage später: am 11. 6.

Seite 34

1. 18,21 Raten ~ 19 Raten

   5480,– € : 19 = 288,421 €

   ~ 288,42 €

   Vorschlag: 1. Rate 80,– €

   18 weitere Raten: 300,– €
2. 570,– €
3. 494,– €