Unterlagen für die Lehrkraft

KLAUSUR
im Kurshalbjahr 12/II

Mathematik, Grundkurs

1. Aufgabenart
Aufgabenstellung aus dem Bereich **Stochastik**

2. Aufgabenstellung

siehe Aufgabenblatt für die Schülerinnen und Schüler

3. Materialgrundlage

./.

4. Bezüge zu den 'Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2007'

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*
   - Wahrscheinlichkeit
   - Unabhängigkeit
   - Binomialverteilung einschließlich Erwartungswert und Standardabweichung

5. Zugelassene Hilfsmittel

- wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen
6.1 Allgemeine Hinweise

Die Bewertung erfolgt anhand des folgenden Bewertungsschemas.

Als Grundlage einer kriteriengeleiteten Beurteilung werden zu erbringende Teilleistungen ausgewiesen, die die mit der jeweiligen Aufgabe verbundenen Anforderungen aufschlüsseln.

Der Kriterienkatalog sieht in der Regel die Möglichkeit vor, zusätzliche Teilleistungen des Prüflings zu berücksichtigen. Die für die Teilaufgabe zu erreichende Höchstpunktzahl kann dadurch nicht überschritten werden.
Die Anordnung der Kriterien folgt einer plausiblen logischen Abfolge von Lösungsschritten, die aber keineswegs allgemein vorausgesetzt werden kann und soll.

Die Teilleistungen werden den in den Lehrplänen definierten Anforderungsbereichen I bis III zugeordnet, die Klassen von unterschiedlich komplexen kognitiven Operationen definieren, aber noch keine eindeutige Hierarchie der Aufgabenschwierigkeiten begründen. Dazu dienen Punktwerte, die die Lösungsqualität der erwarteten Teilleistung bezogen auf den jeweiligen Anforderungsbereich gewichten. Die Punktwerte qualifizieren Schwierigkeitsgrade von Teilleistungen im Verhältnis zueinander. Die Zuordnungen zu Anforderungsbereichen und Punktwertungen sind Setzungen, die von typischen Annahmen über Voraussetzungen und Schwierigkeitsgrade der Teilleistungen ausgehen. Die in den für jede Aufgabe gesondert erstellten Bewertungsvorgaben angegebenen Punktwerte entsprechen einer maximal zu erwartenden Lösungsqualität für jede Teilaufgabe.

Inhaltliche Leistungen und Darstellungsleistungen werden in die Bewertung der inhaltlichen Teilleistungen integriert.
Die Entscheidung über eine Absenkung der Bewertung aufgrund von gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit (§ 13 Abs. 6 APO-GOSt) wird wie bisher im Anschluss an die Bewertung der inhaltlichen Leistungen und der Darstellungsleistungen getroffen.

6.2.1 Modelllösungen

Lösungsskizze

a In der Urne können z.B. 10 gleichartige Kugeln liegen: je drei mit der Aufschrift $+2$ bzw. mit der Aufschrift $+5$ und vier mit der Aufschrift -7.

b Man gewinnt bei diesem Spiel genau dann, wenn man bei keiner der beiden Ziehungen eine Kugel mit der Aufschrift -7 zieht, also mit der Wahrscheinlichkeit $(1-p(-7))^2 = (1-0,4)^2 = 0,6^2 = 0,36$.
Oder: Es bleiben die vier möglichen Ziehungsergebnisse $(+2;+2)$, $(+2;+5)$, $(+5;+2)$) und $(+5;+5)$.
Jedes dieser Ergebnisse tritt mit der Wahrscheinlichkeit $0,3 \cdot 0,3$ ein.
Man gewinnt also bei diesem Spiel mit der Wahrscheinlichkeit $4 \cdot 0,3^2 = 0,36$.

c Die Anzahl der Gewinne bei 5 Spielen ist binomialverteilt. Die Parameter der Verteilung sind $n = 5$ und $p = 0,36$. Die Wahrscheinlichkeit für genau 2 Gewinne beträgt $\binom{5}{2} \cdot 0,36^2 \cdot (1-0,36)^{5-2} \approx 0,340$.
Der Spieler gewinnt erst beim fünften Spiel zum zweiten Mal, wenn er bei den ersten vier Spielen genau einmal gewonnen hat und er beim fünften Spiel gewinnt. Wegen der Unabhängigkeit dieser Ereignisse beträgt die Wahrscheinlichkeit $\binom{4}{1} \cdot 0,36^1 \cdot (1-0,36)^{4-1} \cdot 0,36 \approx 0,136$.

d Der Erwartungswert für die Anzahl der Gewinne bei 100 Spielen beträgt $\mu = n \cdot p = 100 \cdot 0,36 = 36$.
Die Standardabweichung ist $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot 0,36 \cdot (1-0,36)} = 4,8$.
Die Abweichung der Gewinnanzahl 30 vom Erwartungswert beträgt 6, also $1,25\sigma$. Das ist „keine signifikante" Abweichung. Es ist also „nicht ungewöhnlich", wenn nach 100 Spielen erst 30 mal gewonnen wurde.

e Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Einnahme Frau Meiers bei einem Spiel ist durch die folgende Tabelle gegeben:

Einnahme in €	+14	+5	+2	-4	-7	-10
Wahrscheinlichkeit	0,16	0,24	0,24	0,09	0,18	0,09

Der Erwartungswert der Einnahmen bei einem Spiel ist die Summe der Produkte der Spalteninhalte, also 1,40 €.
Bei n Spielen beträgt der Erwartungswert für die Einnahmen $n \cdot 1,40$ €.
Von $n = 1072$ Spielen an ist der Erwartungswert für die Einnahmen Frau Meiers höher als 1500 €.

Name: ______________________________ Kursbezeichnung: ____________

6.2.2 Teilleistungen – Kriterien

Teilaufgabe a)

	Die Schülerin/Der Schüler	**max. (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	gibt ein Beispiel an, wie die Urne bestückt sein könnte.	4 (I)			
2	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.				
	Summe Teilaufgabe a)	**4**			

Teilaufgabe b)

1	bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler gewinnt.	8 (II)			
2	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.				
	Summe Teilaufgabe b)	**8**			

Teilaufgabe c)

1	berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass bei fünf Spielen genau zweimal gewonnen wird.	6 (I)			
2	bestimmt die Wahrscheinlichkeit, dass erst beim fünften Spiel zum zweiten Mal gewonnen wird.	6 (II)			
3	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.				
	Summe Teilaufgabe c)	**12**			

Teilaufgabe d)

1	berechnet die erwartete Anzahl von Gewinnen.	3 (I)			
2	beurteilt die Abweichung von der erwarteten Anzahl von Gewinnen.	7 (III)			
3	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.				
	Summe Teilaufgabe d)	**10**			

Teilaufgabe e)

1	bestimmt die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Einnahme bei einem Spiel.	7 (II)			
2	berechnet den Erwartungswert der Einnahme bei einem Spiel.	5 (I)			
3	ermittelt die gesuchte Anzahl von Spielen.	4 (II)			
4	Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.				
	Summe Teilaufgabe e)	**16**			

		max.	EK	ZK	DK
	Summe insgesamt:				

Die Klausur wird mit der Note: ________________________________ bewertet.

Unterschrift(en) der Korrektoren:
Datum: