

# Vergleichsarbeit Analysis Stufe 11

im 2. Halbjahr des Schuljahres 2000/2001

Vorgesehene Bearbeitungszeit: 2 Unterrichtsstunden

Name: \_\_\_\_\_

Kurs: \_\_\_\_\_

## Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 1$ .

- Ermitteln Sie die erste, zweite und dritte Ableitung von  $f$ .
- Berechnen Sie die durchschnittliche Steigung von  $f$  im Intervall  $[0; 2]$ .
- Welche Steigung hat der Graph von  $f$  an der Stelle  $x = 1$  ?
- Stellen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 1$  auf.
- In welchem Punkt hat der Graph von  $f$  die Steigung  $-3$  ?
- Berechnen Sie mit dem Differenzenquotienten die Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x = 2$ .

## Aufgabe 2:

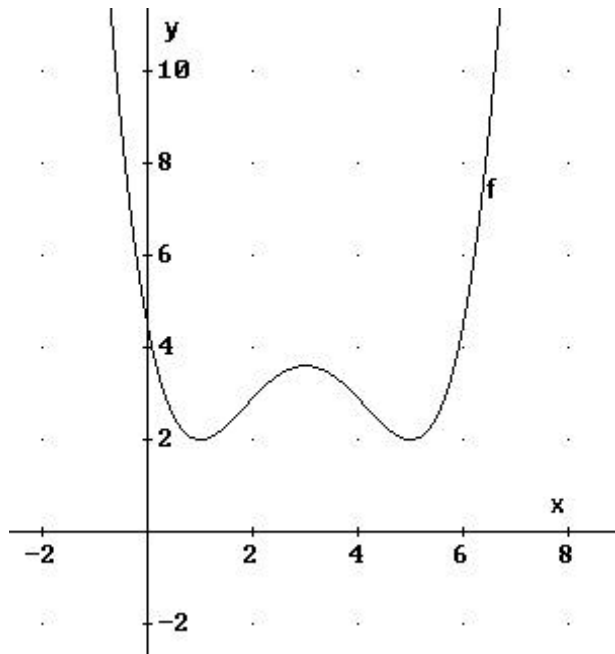


Bild 1

Gegeben ist der Graph der ganzrationalen Funktion  $f$  gemäß *Bild 1*.

- In *Bild 2* und *Bild 3* sind die Graphen von Ableitungsfunktionen  $g'_1$  und  $g'_2$  dargestellt. Begründen Sie, warum keine der beiden Funktionen als Ableitung von  $f$  in Frage kommen kann.
- Markieren Sie auf dem Graphen von  $f$  in *Bild 1* die Anteile in einer anderen Farbe, für die  $f'(x) > 0$  gilt. Skizzieren Sie dann den Graphen von  $f'(x)$ .
- Skizzieren Sie den Graphen einer Funktion  $g_1$ , die als Ableitung die Funktion  $g'_1$  aus *Bild 2* hat.

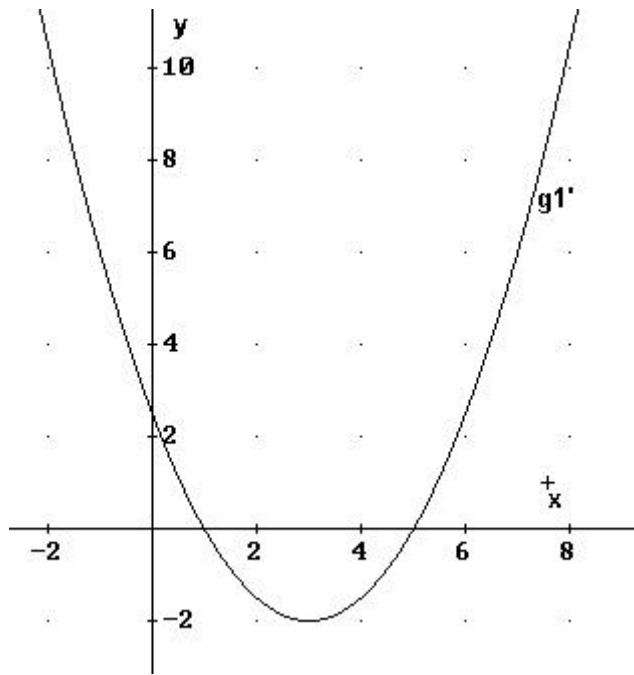


Bild 2

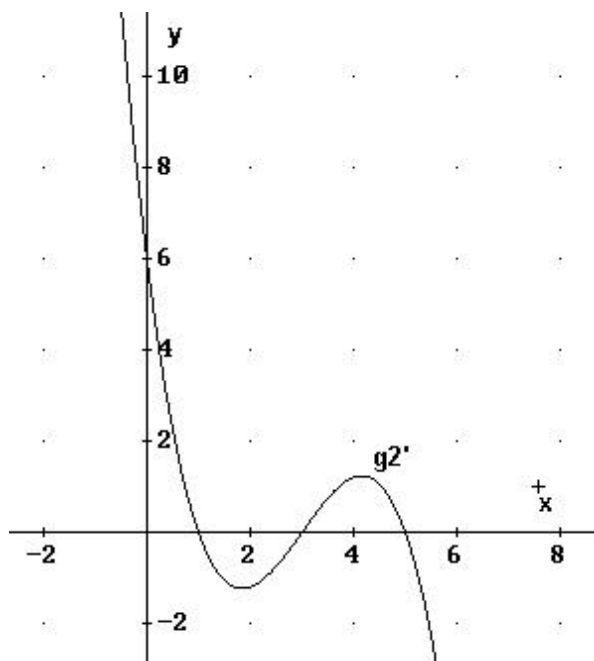
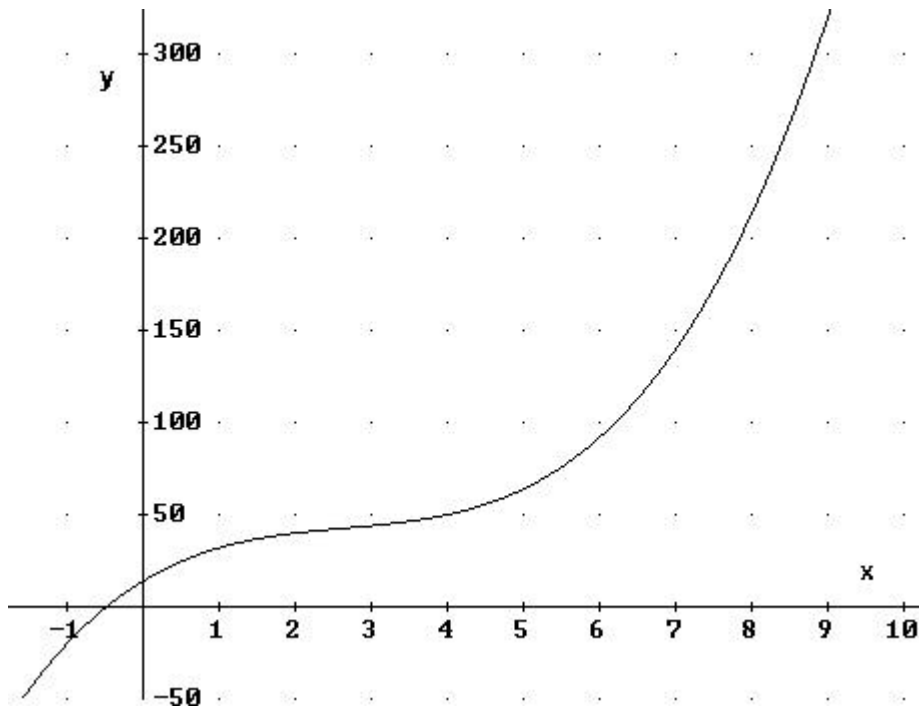


Bild 3

**Aufgabe 3:**

Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 25x + 14$  und  $g(x) = 20x$ .

Der Graph von  $f$  ist unten abgebildet.



- Weisen Sie rechnerisch nach, dass  $f$  keine lokalen Extremstellen hat. Berechnen Sie die Wendestelle von  $f$ .
- Tragen Sie den Graphen von  $g$  in die Zeichnung ein und berechnen Sie die Schnittstellen von  $f$  und  $g$ .
- Berechnen Sie die lokalen Extremstellen der Differenzfunktion  $d(x) = g(x) - f(x) = -x^3 + 8x^2 - 5x - 14$ .
- Skizzieren Sie mit Hilfe der bisher gewonnenen Ergebnisse den Graphen der Differenzfunktion  $d$ . Benutzen Sie dazu die obige Zeichnung.

Im Rahmen wirtschaftlicher Untersuchungen kann die Funktion  $f$  für  $x = 0$  die "Kostenfunktion" eines Unternehmens modellieren. Dabei werden die anfallenden Kosten ( $f(x)$  Geldeinheiten) in Abhängigkeit vom produzierten Gut ( $x$  Produktionseinheiten) beschrieben. Wird eine Produktionseinheit für 20 Geldeinheiten verkauft, so stellt  $g$  die "Erlösfunktion" dar.

- In welchem Bereich muss die Anzahl  $x$  der Produktionseinheiten liegen, damit das Unternehmen keinen Verlust macht?  
Was bedeuten die Ergebnisse von Aufgabenteil c) in diesem Sachzusammenhang?  
Welche Bedeutung hat hier  $f(0)$ ?