Vergleichsklausur 2004

Termin: 23.Juni 2004, 3. und 4. Stunde **reine Arbeitszeit: 90 min**

Die erste und zweite Aufgabe sind von allen Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten.

Von den Aufgaben 3-5 wird eine Aufgabe vom Fachlehrer ausgewählt. Diese ist dann von den Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten.

1. Aufgabe

Gegeben ist f mit $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x + t$, wobei t>0 ist.

a) Wie muss t gewählt werden, damit $x_0 = -2$ eine Nullstelle der Funktion f ist. Berechnen Sie die weiteren Nullstellen der gefundenen Funktion und zerlegen Sie den Term in Linearfaktoren!

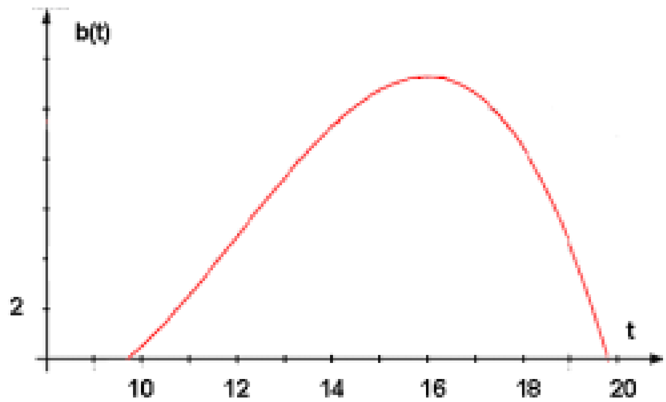
b) Ermitteln Sie die lokalen Extremstellen der in a) berechneten Funktion und skizzieren Sie anhand der ermittelten Ergebnisse anschließend den Graphen von f und die Tangente sowie die Normale im Wendepunkt W(0/4)!

c) Die Tangente und die Normale im Wendepunkt W(0/t) bilden für **beliebiges t>0** mit der x-Achse ein Dreieck. Für welches t ist der Flächeninhalt des Dreiecks 15 Flächeneinheiten groß?

2. Aufgabe

Nebenstehende Graphik gibt vereinfacht die Anzahl b der Besucher (gemessen in tausend Personen) in einem Freizeitpark von 10.00 Uhr bis 19.30 Uhr an. Der Funktionsterm dazu lautet:

$$b(t) = -0{,}05t^3 + 1{,}8t^2 - 19{,}2t + 62{,}5 \quad \text{für } 10 < t \leq 19{,}5.$$



a) Berechnen Sie die Zahl der Besucher, die an einem Tag eine Stunde nach Öffnung im Park sind!

b) Wann ist die Zahl der Besucher maximal? Wie viele sind es?

c) Wann ist der Andrang an den Kassen am größten? Begründen Sie im Sachzusammenhang!

d) Erfahrungsgemäß ist an den Imbissstuben im Park mit erhöhtem Andrang zu rechnen, wenn mindestens 9500 Besucher im Park sind. Für den Direktor besteht dann die Notwendigkeit, zusätzliches Personal bereit zu stellen. Der Zeitraum, für den dies erforderlich ist, soll näherungsweise, z.B. zeichnerisch ermittelt werden.

Von den folgenden drei Aufgaben wird eine Aufgabe vom Fachlehrer ausgewählt. Die Schülerinnen und Schüler müssen diese dann bearbeiten.

3. Aufgabe

Gegeben sind die Punkte $A(3/1)$ und $B(-9/-3)$.

a) Welche Gleichung hat der Kreis k mit der Strecke $\overline{AB}$ als Durchmesser?

b) Ermitteln Sie die Gleichung der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$!

c) Formt man den Ansatz

$$(1) \qquad \sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+9)^2+(y+3)^2}$$

um, so ergibt sich die Gleichung der zuvor bestimmten Mittelsenkrechten. Erläutern Sie, warum (1) zur Mittelsenkrechten führen muss! Eine Berechnung ist hier nicht erforderlich.

d) Interpretieren Sie auch den Ansatz

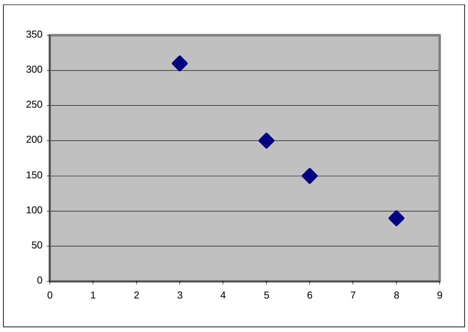
$$(2) \qquad 3\cdot\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+9)^2+(y+3)^2}$$

geometrisch. Zeigen Sie, dass die durch Ansatz (2) beschriebenen Punkte auf einem Kreis liegen!

4. Aufgabe

Gegeben sind folgende Wertetabelle und die zugehörige graphische Darstellung der Werte.

3	310
5	200
6	150
8	90



a) Zeichnen Sie mit einem **durchsichtigen** Lineal eine Ausgleichsgerade in die gegebene graphische Darstellung und ermitteln Sie aus der Zeichnung eine Gleichung dieser Geraden!

b) Zeigen Sie, dass S(5,5/187,5) der Schwerpunkt der Punktwolke ist.

c) Gegeben ist die folgende Geradenschar: $y=mx-5{,}5m+187{,}5$. Zeigen Sie, dass sämtliche Geraden der Schar durch den Schwerpunkt verlaufen!

d) Interpretieren Sie den Term (1) in Abhängigkeit von m:

$$(1) \qquad \begin{aligned}&(3m-5{,}5m+187{,}5-310)^2\\&+(5m-5{,}5m+187{,}5-200)^2\\&+(6m-5{,}5m+187{,}5-150)^2\\&+(8m-5{,}5m+187{,}5-90)^2\end{aligned}$$

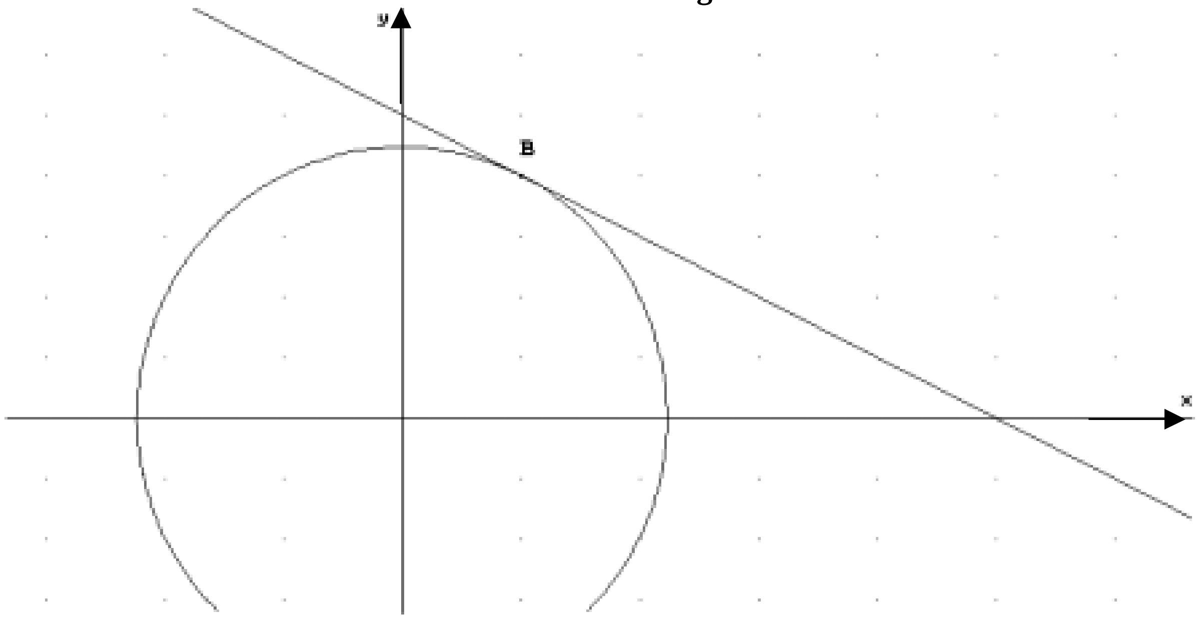
e) Bestimmen Sie m so, dass der Wert des Terms (1) minimal wird. Vergleichen Sie das Ergebnis mit a)!

5. Aufgabe

Bei den folgenden multiple-choice-Aufgaben gilt folgendes:

1. Alle richtigen Angaben sind durch ein Kreuz $\boxed{\text{X}}$ zu kennzeichnen. Es können bis zu 4 Angaben pro Aufgabe richtig sein.
2. Eine Aufgabe gilt nur dann als bearbeitet, wenn wenigstens eine Antwort durch ein Kreuz $\boxed{\text{X}}$ gekennzeichnet ist.
3. Die folgende Zeichnung ist die Grundlage für die Aufgaben 1-5 dieses Aufgabenblocks.

Hier ist ein Kreis k mit dem Mittelpunkt M(0/0) und dem Radius r dargestellt. Der Punkt B ist ein Punkt des Kreises und t ist eine Tangente an den Kreis durch B.



1. Der Berührpunkt B hat die Koordinaten (3/6). Welche Steigung m hat die Gerade durch M und B?

☐ m=2

☐ $m=\frac{1}{2}$

☐ $m=-2$

☐ $m=-0,5$

☐ Keiner der angegebenen Werte ist richtig.

2. Der Berührpunkt B hat die Koordinaten (3/6). Welche Aussage ist für den Kreisradius r richtig?

☐ $r \geq 7$

☐ $r = \sqrt{45}$

☐ $r \geq 3$

☐ $r \approx 6$

☐ Keine der obigen Aussagen ist richtig.

3. Lassen Sie den Berührpunkt B auf dem Kreis wandern! Dabei verändert sich auch der y-Achsenabschnitt der zugehörigen Tangente. Folgende Aussage ist richtig:

- ☐ Für alle y-Achsenabschnitte d gilt: $d > 2r$.
- ☐ Es gibt einen Berührpunkt B, so dass für den y-Achsenabschnitt d gilt: d=r.
- ☐ Es gibt genau eine Tangente t mit der Steigung 0.
- ☐ Zu jeder reellen Zahl m gibt es eine Tangente t, die m als Steigung hat.
- ☐ Keine der obigen Aussagen ist richtig.

4. Welche der folgenden Gleichungen ist eine Tangentengleichung der Tangente t durch den Punkt B(3/6)?

- ☐ $y = 2x$
- ☐ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$
- ☐ $y = -0,5x + 7$
- ☐ $2y + x = 15$
- ☐ Keine der obigen Gleichungen ist eine Tangentengleichung der beschriebenen Tangente.

5. Die Tangente t an den Kreis bildet im ersten Quadranten mit der x-Achse und der Parallelen zur y-Achse durch den Berührpunkt B(x_B, y_B) ein Dreieck. Der Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse ist der Punkt S$(x_s, 0)$. Für welches x_S wird dieses Dreieck gleichschenklig?

- ☐ $x_S - x_B = y_B$
- ☐ $x_S - y_B = \sqrt{r^2 - {y_B}^2}$
- ☐ $x_S - x_B = \sqrt{r^2 - {x_B}^2}$
- ☐ $x_S = y_B$
- ☐ Keine der obigen Aussagen ist richtig.