

### **Aufgabe 3b.1: Altersbestimmungen mittels des Zerfalls radioaktiver Isotope**

Pflanzliche (und tierische) Zellen nehmen neben normalem Kohlenstoff auch radioaktiven Kohlenstoff  $^{14}\text{C}$  auf. Wenn die Pflanze stirbt, wird kein weiterer Kohlenstoff aufgenommen und der  $^{14}\text{C}$ -Gehalt sinkt jährlich um etwa 0,0121 % durch Zerfall. Damit ist es möglich, für Hölzer und andere Materialien pflanzlichen Ursprungs Altersbestimmungen durch Messung des  $^{14}\text{C}$ -Gehaltes vorzunehmen ("Radiokarbonmethode").

Dazu einige Beispiele:

- Jesaja, einer der großen Propheten des Alten Testaments, hat im 8. Jahrhundert v. Chr. gelebt. Am historischen Exemplar des "Buches von Jesaja" hat man noch einen  $^{14}\text{C}$ -Gehalt von 78,4 % gemessen.
- Das berühmte Turiner „Leichentuch Christi“ wurde 1988 mit der Radiokarbonmethode untersucht. Danach konnte es höchstens 728 Jahre alt sein.

#### **Aufgaben:**

- a) Stellen Sie einen Funktionsterm für den radioaktiven Zerfall von  $^{14}\text{C}$  – Atomen zum Anfangswert: a auf und leiten Sie auch eine Darstellung in der Form  $f(t) = a \cdot e^{-kt}$  her.
- b) Bestimmen Sie die Halbwertszeit des Isotops  $^{14}\text{C}$ .
- c) Warum enthält das Buch Jesaja radioaktives  $^{14}\text{C}$  ? Kann es das persönliche Exemplar des Propheten gewesen sein?
- d) Wie viel Prozent der ursprünglichen  $^{14}\text{C}$  – Konzentration haben die Wissenschaftler noch im Turiner Grabtuch gemessen?
- e) Berechnen Sie die momentane Zerfallsgeschwindigkeit der  $^{14}\text{C}$  -Atome im Turiner Tuch zum Zeitpunkt  $t = 500$  und im Jahr 1988.
- f) Die Radiokarbonmethode funktioniert nur dann, wenn mindestens noch 1% der ursprünglichen Menge  $^{14}\text{C}$  vorhanden ist. Wie alt darf organisches Material höchstens sein, wenn es nach dieser Methode untersucht werden soll?
- g) Es gibt noch weitere Altersbestimmungsmethoden, die auf der Untersuchung radioaktiver Stoffe beruhen. Als Beispiel finden Sie unten einen Bericht über die Altersbestimmung des Grundwassers unter der Sahara. Bestimmen Sie die Zerfallsrate für Krypton 81.

#### **Uraltes Wasser unter der Sahara**

Washington, (dpa) Das Grundwasser unter der Sahara ist einer internationalen Studie zufolge bis zu einer Million Jahre alt.

Die Forscher hatten Grundwasser unter Ägypten und Libyen untersucht. Es fließt langsam in einem unterirdischen System von Nubien aus mit einer Geschwindigkeit von nur ein bis zwei Metern pro Jahr nordwärts, berichtete der US-Verband American Geophysical Union in Washington. Die Forscher um Neil Sturchio von der Universität von Illinois in Chicago nutzten für ihre neuartige Datierung das extrem seltene radioaktive Isotop Krypton 81. Von diesen Atomen zerfällt innerhalb von 229 000 Jahren jeweils die Hälfte, so dass es sich als Uhr für lange Zeiträume nutzen lässt. Die Forscher hoffen, damit auch das Alter von Gletschern bestimmen zu können.

Frankfurter Rundschau 2.3.2004

## Erwartungshorizont zur Aufgabe 3b.1 "Altersbestimmungen"

Skizzierung der Lösung	Anforderungsbeschreibung	TR	CAS
<b>Teil a):</b>			
$f(t) = a \cdot 0,999879^t \Leftrightarrow f(t) = a \cdot e^{-\ln \frac{1}{0,999879} \cdot t}$ $\Leftrightarrow f(t) = a \cdot e^{-0,000121 t}$	Textverständnis, Kenntnisse über die verschiedenen Darstellungen von Exponentialfunktionen	Algebraische Umformung unter Anwendung der entsprechenden Zusammenhänge und Gesetze	
<b>Teil b):</b>			
$f(t) = \frac{1}{2} a \Leftrightarrow t \approx 5\,728,5$ (Jahre)	Lösen einer einfachen Exponentialgleichung	Ermittlung der Halbwertszeit	exakte algebraische Ermittlung der Halbwertszeit mit CAS
<b>Teil c):</b>			
Papyrus (= aus getrockneter 'Papier'staude gewonnenes Schreibmaterial) $f(t) = 0,784 a \Leftrightarrow t \approx 2\,011,1$ (Jahre) Somit deutlich jünger als Jesaja.	Allgemeinwissen, Textverständnis, Lösen einer einfachen Exponentialgleichung	Lösung der Exponentialgleichung	exakte algebraische Lösung der Exponentialgleichung mit CAS
<b>Teil d):</b>			
$f(728) \approx 0,9157 a$ , also sind 1988 noch 91,57 % der ursprünglichen $^{14}\text{C}$ -Isotopen vorhanden gewesen.	Textverständnis, Berechnung eines Funktionswertes		
<b>Teil e):</b>			
$f'(t) = -0,000121 a \cdot e^{-0,000121 t}$ $f'(500) \approx -0,000114 a$ $f'(728) \approx -0,000111 a$ also momentane Zerfallsgeschwindigkeiten: $v(500) \approx 0,0114 \%$ und $v(728) \approx 0,0111 \%$	Interpretation der 1. Ableitung der Zerfallsfunktion als momentane Zerfallsgeschwindigkeit	Bildung der 1. Ableitung mittels Ableitungsregeln für Exponentialfunktionen	Bildung der 1. Ableitung mittels CAS

Skizzierung der Lösung	Anforderungsbeschreibung	TR	CAS
<b>Teil f):</b>			
$f(t) = 0,01a \Leftrightarrow t \approx 38\,059,3$ (Jahre)	Textverständnis, Lösen einer einfachen Exponentialgleichung	Lösung der Exponentialgleichung	exakte algebraische Lösung der Exponentialgleichung mit CAS
<b>Teil g):</b>			
$b^{229\,000} = 0,5 \Leftrightarrow b = 0,999\,997$ , also sinkt der Krypton 81 - Anteil jährlich um 0,0003 %.	Textverständnis, Lösen einer einfachen Exponentialgleichung	algebraische Lösung der Exponentialgleichung	algebraische Lösung der Exponentialgleichung mit CAS