

Aufgabe 3b mit CAS

Aufputschmittel Koffein²

Wenn jemand Drogen oder Aufputschmittel nimmt, vergeht eine gewisse Zeit, bis diese "so richtig anschlagen". Die Drogenkonzentration im Körper ist ein Maß für die Stärke des Rausches bzw. für die Beeinträchtigung der geistigen Funktionen. Folgende Formel liefert eine Näherung für die Abhängigkeit der Drogenkonzentration von der Zeit t in Stunden: $k(t) = c \cdot (e^{-at} - e^{-bt})$. a , b , c sind positive Konstanten, die vom Wirkstoff, der Wirkstoffmenge und der Verabreichungsform abhängen. In der Literatur finden sich folgende Daten für die Wirkung von Koffein, verabreicht in zwei verschiedenen Formen: als Koffein-Tablette oder als "Kaffeezäpfchen"

Als Bezugsgröße für die Koffeinkonzentration im Körper wird das Blutplasma verwendet. Als Einheit wählt man mg Wirkstoff pro Liter Blutplasma und als Zeiteinheit die Stunde.

- (3) Bei der Verabreichung einer 50 mg **Koffein-Tablette** an einen Erwachsenen gilt für die Konstanten: $a = 0,19$; $b = 3,35$; $c = 1,45$.
- (4) Bei Verabreichung eines "**Kaffeezäpfchens**" mit 75 mg Koffein gilt entsprechend: $a = 0,22$; $b = 0,75$; $c = 3,97$
- a) Stellen Sie für beide Einnahmearten Funktionsterme auf, die die Entwicklung der Koffeinkonzentration im Blutplasma beschreiben und veranschaulichen Sie diese graphisch in einem geeigneten Koordinatensystem.
- b) Jemand möchte mit Hilfe einer Kaffeetablette den Höhepunkt seiner Leistungsfähigkeit um 14 Uhr erreichen. Berechnen Sie, wann er die Tablette einnehmen sollte. Wie hoch ist dann die Konzentration ?

² Entnommen der MUED-Broschüre: Sammlung Extremwertprobleme 2, Seite 21- Bezug über <http://www.mued.de> Dort finden sich auch weitere Beispiele zur Wirkung von Drogen.

Erwartungshorizont zur Aufgabe 3b: "Aufputzmittel Koffein" – mit CAS

Skizzierung der Lösung	Anforderungsbeschreibung	CAS	Punkte
Teil a) :			
- Aufstellen der Funktionsterme: $k_1(t) = 1,45 \cdot (e^{-0,19t} - e^{-3,35t})$; $k_2(t) = 3,97 \cdot (e^{-0,22t} - e^{-0,75t})$ - Zeichnen der beiden Graphen mittels GTR	Schüler sollen Informationsquellen erschließen, Schüler sollen Graphen in einem geeigneten Ausschnitt des Koordinatensystems veranschaulichen		6
Teil b) :			
Tabletten: $k_1'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 0,91$ Maximum bei $t \approx 0,91$ h ≈ 54 min $k_1(0,91) \approx 1,2$ mg/Liter Blutplasma Zäpfchen: $k_2'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 2,31$ Maximum bei $t \approx 2,31$ h ≈ 2 h 19 min $k_2(2,31) \approx 1,7$ mg/Liter Blutplasma Die Tablette sollte ca. 54 Minuten vor Beginn der angestrebten Hochleistungsphase, also um 13.06 Uhr eingenommen werden, das Zäpfchen entsprechend um 11.41 Uhr.	Schüler sollen ein reales Problem strukturieren und Funktionen untersuchen (Extremwertuntersuchung)	Exakte Ermittlung der beiden Maxima mittels CAS	14
Gesamtpunktzahl Aufgabe 3:			20