

## Aufgabe 3b ohne CAS

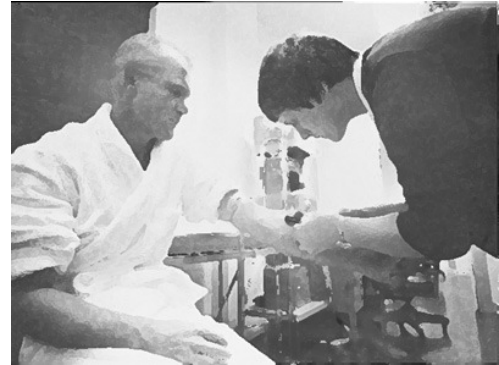
### Krankheitsverlauf

In Folge einer schweren Lebensmittelvergiftung liegt Franz schon seit einigen Tagen im Krankenhaus.

Nach Erfahrung der Mediziner lässt sich der Verlauf des Fiebers ungefähr gemäß

$$T(x) = 2x \cdot e^{-0,2x} + 2 \cdot e^{2,91} \text{ modellieren,}$$

wobei  $x$  für den Zeitraum in Tagen seit dem Verzehr der verdorbenen Mahlzeit steht.



Bearbeiten Sie die folgenden Probleme mit Mitteln der Differentialrechnung!

- Zeigen Sie, dass Franz unmittelbar nach dem Genuss des verdorbenen Essens erkrankt, d.h., dass die Temperatur sofort ansteigt.
- Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem die Temperatur steigt und den maximalen Wert der Temperatur.
- Berechnen Sie den Wendepunkt des Graphen von  $T$  und untersuchen Sie das Verhalten der Funktion für sehr große  $x$ .
- Skizzieren Sie den Graphen und interpretieren Sie die Ergebnisse innerhalb des oben dargestellten Kontextes.
- Als Franz Krankenbesuch von seinem Freund Fritz erhält, will dieser ihn trösten und erzählt, ihm sei es vor einigen Monaten genauso gegangen. Nach 14 Tagen aber sei er wieder völlig gesund gewesen.
- Prüfen Sie diese Aussage unter der Annahme, dass sich das Fieber bei Fritz damals auch gemäß  $T(x)$  entwickelt hat.

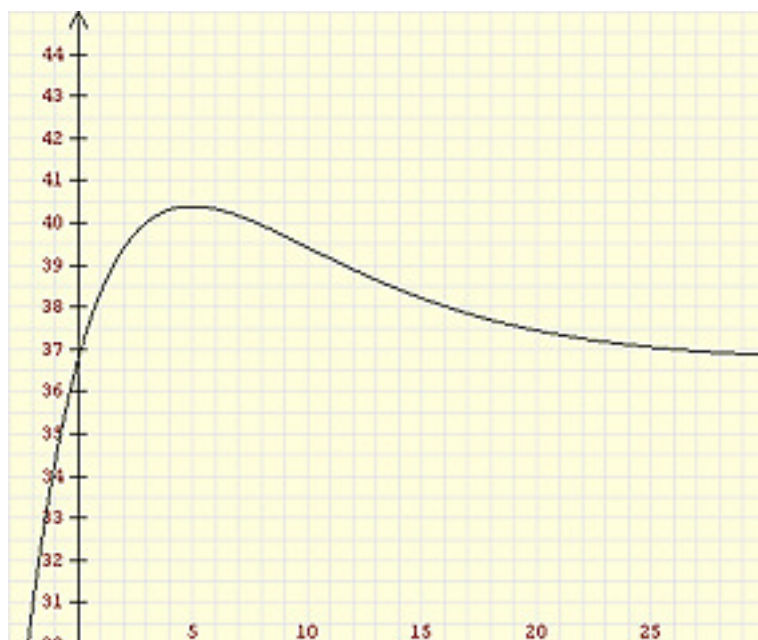
## Erwartungshorizont zur Aufgabe 3b "Krankheitsverlauf" – ohne CAS

Skizzierung der Lösung	Anforderungsbeschreibung	TR	Punkte
<b>Teil a)</b>			
$T'(x) = (-0,4x + 2) \cdot e^{-0,2x}$  $T'(0) = 2 > 0$ , also steigt die Temperatur sofort an.	Schülerinnen und Schüler verwenden das vorgegebene mathematische Modell: Sie bestimmen die 1. Ableitung mit Ketten- und Produktregel (ggf. erst in Teil b)). Sie interpretieren den Wert der 1. Ableitung an der Stelle Null.		4
<b>Teil b)</b>			
$T'(x) = 0 \Leftrightarrow (-0,4x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ Das Fieber steigt bis zum 5. Tag an. $T''(x) = (0,08x - 0,8) \cdot e^{-0,2x}$ und $T''(5) < 0$ oder VZW von $T'$ bei $x = 5$ . $T$ hat den Hochpunkt $(5   40,39)$ Das Fieber steigt bis auf etwa $40,4^\circ\text{C}$ an.	Sie argumentieren mit dem Monotonieverhalten der Funktion und interpretieren das Ergebnis.  Die Schülerinnen und Schüler bestimmen den Hochpunkt der Funktion $T$ und interpretieren das Ergebnis.	numerische Berechnungen	6

Skizzierung der Lösung	Anforderungsbeschreibung	TR	Punkte
<b>Teil c)</b>			
$T''(x) = 0$ und VZW: $W(10 39,4)$ Hier sinkt das Fieber am stärksten. $\lim_{x \rightarrow \infty} T(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2xe^{-0,2x} + 2e^{2,91}) = 36,7$ Der Wert von $36,7^\circ\text{C}$ gilt als Körpertemperatur eines gesunden Menschen. Skizze siehe unten.	Die Schülerinnen und Schüler berechnen den Wendepunkt des Graphen und bestimmen den Grenzwert der Funktion $T$ durch Einsetzen von großen $x$ -Werten und interpretieren ihn im Kontext: Sie nennen den Wendepunkt als den Punkt, an dem die Kurve am stärksten fällt.	numerische Berechnungen	6
<b>Teil d)</b>			
$T(14) \approx 38,4$ Franz muss länger auf seine Genesung warten, denn nach zwei Wochen hat er noch $38,4^\circ\text{C}$ Fieber. Der Freund hat sich wohl nicht richtig erinnert oder den Trost zu gut gemeint.	Die Schülerinnen und Schüler prüfen und interpretieren das Ergebnis.	numerische Berechnung	2

Gesamt: 18 Punkte

Skizze zu c)



zu  $T(x)$