

Name:

Datum:

### Nicht-Lineare Regression - Anwendungsaufgabe 501

„Auf der Erde gibt es rund 1,4 Milliarden  $\text{km}^3$  Wasser. Das ist eine ungeheure Menge. Aber 97,2% davon sind salziges Meerwasser, weitere 2% sind in den nördlichen und südlichen Polargebieten und in den Gebirgen zu ewigem Eis gefroren. Nur 0,8% befinden sich als Süßwasser in ständigem Kreislauf von Verdunstung, Niederschlag und Abfluss. Auf diesen Bestand ist die Erdbevölkerung angewiesen. [...]

Auf der ganzen Welt steigt der Wasserverbrauch von Jahr zu Jahr infolge des immer höheren Lebensstandards, der Bevölkerungszunahme und der starken Entwicklung einer vielgestaltigen Industrie. Lag der Wasserverbrauch vor wenigen Jahrzehnten noch bei ca. 100 Litern pro Kopf der Bevölkerung und Tag, so stieg er in manchen Ländern bis auf 350, in einzelnen Städten bereits auf über 1000 Liter.“ Die folgende Tabelle zeigt den Wasserverbrauch der Erdbevölkerung pro Jahr:



| Zeit $t$ in Jahren                              | 1900 | 1940 | 1950 | 1960  | 1970  | 1980  |
|---|------|------|------|-------|-------|-------|
| Jährlicher Wasserverbrauch $W$ in $\text{km}^3$ | 33,0 | 69,8 | 88,6 | 122,4 | 142,6 | 174,2 |

#### Arbeitsaufträge:

- Erstelle ein Koordinatensystem mit beschrifteten und skalierten Achsen zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Zeit  $t$  und dem jährlichen Wasserverbrauch  $W$ . Dabei soll die Zeit auf der Abszisse, das ist die horizontale Achse, und der Wasserverbrauch auf der Ordinate, das ist die vertikale Achse, aufgetragen werden.
- Trage die Wertepaare aus der Tabelle als Punkte in das Koordinatensystem ein.
- Begründe anhand des Graphen, dass der Zusammenhang zwischen der Zeit und dem jährlichen Wasserverbrauch wahrscheinlich durch eine Exponentialfunktion mit einem Funktionsterm der Form  $W(t) = c \cdot d^t$  beschrieben werden kann.
- Linearisiere zuerst die Wertetabelle. Bestimme dann durch Lineare Regression den Funktionsterm der Regressionsgerade sowie den Korrelationskoeffizienten und interpretiere den Korrelationskoeffizienten.
- Berechne schließlich den Parameter  $a$  sowie die Basis  $b$  und gib den Funktionsterm der Exponentialfunktion an.
- Zeichne den Graphen der gefundenen Funktion in das Koordinatensystem aus **a**).

**Bemerkung:** Du kannst die Rechnungen in den Aufgaben **g**) und **h**) auch ohne Maßeinheiten durchführen, musst aber die Endergebnisse immer mit Maßeinheiten angeben.

- Berechne den voraussichtlichen jährlichen Wasserverbrauch für das Jahr 1995. Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f**). Der tatsächliche Verbrauch 1995 betrug  $200,5 \text{ km}^3$ . Welchen Schluss ziehst du daraus?
- Berechne den Zeitpunkt, an dem der jährliche Wasserverbrauch ungefähr  $300 \text{ km}^3$  betragen wird. Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f**).