Die POISSON-Verteilung kann als gute Näherung für die Binomialverteilung benutzt werden, wenn:

n sehr groß $n \to \infty$
p klein $p \ll 1$ usw.

(d.h. $n \cdot p$ endlich)

Dann gilt:

a) $$\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \approx \underbrace{n \cdot n \cdot \ldots \cdot n}_{k\text{-mal}} = n^k$$

b) $$\ln\left((1-p)^{n-k}\right) = \underbrace{(n-k)}_{\approx n} \cdot \underbrace{\ln(1-p)}_{\approx(-p)}$$

$$\approx n \cdot (-p) = -np$$

$$\Rightarrow (1-p)^{n-k} \approx e^{-np}$$

$$b_k(n,p) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\overset{a),b)}{=} \frac{1}{k!} \cdot n^k \cdot p^k \cdot e^{-np}$$

$$= \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}$$

wähle $\lambda = np$