

Name:

Datum:

Stationenlernen Kondensator T6 - Auswertung durch Linearisierung (Entladung)

Beim Entladen eines mit der Ladung $Q_0 = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ aufgeladenen Kondensators mit unbekannter Kapazität C über einen Widerstand mit $R = 100 \text{ k}\Omega$ wurde die folgende Messreihe aufgenommen:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Uc in V	10,00	6,53	4,27	2,79	1,82	1,19	0,78	0,51	0,33	0,22
I in A	-1,00E-04	-6,53E-05	-4,27E-05	-2,79E-05	-1,82E-05	-1,19E-05	-7,78E-06	-5,09E-06	-3,32E-06	-2,17E-06

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie aus dieser Messreihe die unbekannt Kapazität C durch **Linearisieren des $t - U_C - \text{Diagramms}$** bestimmt werden kann.

Die Theorie hat gezeigt, dass beim Entladen eines mit der Ladung Q_0 aufgeladenen Kondensators mit der Kapazität C über einen Widerstand R der zeitliche Verlauf $U_C(t)$ der Spannung über dem Kondensator durch die Funktion $U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ mit $U_0 = \frac{Q_0}{C}$ und der zeitliche Verlauf $I(t)$ der Stromstärke in der Schaltung durch die Funktion $I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ mit $I_0 = \frac{Q_0}{RC}$ beschrieben werden kann.

Aus diesen Ergebnissen kann die Schlussfolgerungen gezogen werden, dass beide Funktionen $U_C(t)$ und $I(t)$ Exponentialfunktion sind, so dass die Methode des Linearisierens angewandt werden kann.

Wie genau die Funktion $U_C(t)$ linearisiert werden muss kann wieder nur theoretisch hergeleitet werden.

Arbeitsauftrag:

Vollziehe die folgenden Rechenschritte nach:

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \left| \begin{array}{l} :IV \text{ zum Entfernen der Einheiten vor dem Logarithmieren;} \\ \ln \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{U_C}{IV}\right) = -\frac{1}{RC}t + \ln\left(\frac{U_0}{IV}\right) \quad \text{Die rechte Seite hat nun die Form einer Lineare Funktion mit der Variablen } t.$$

Damit ist gezeigt, dass der $t - \ln\left(\frac{U_C}{IV}\right)$ Graph eine Gerade mit der Steigung $m = -\frac{1}{RC}$ und dem y

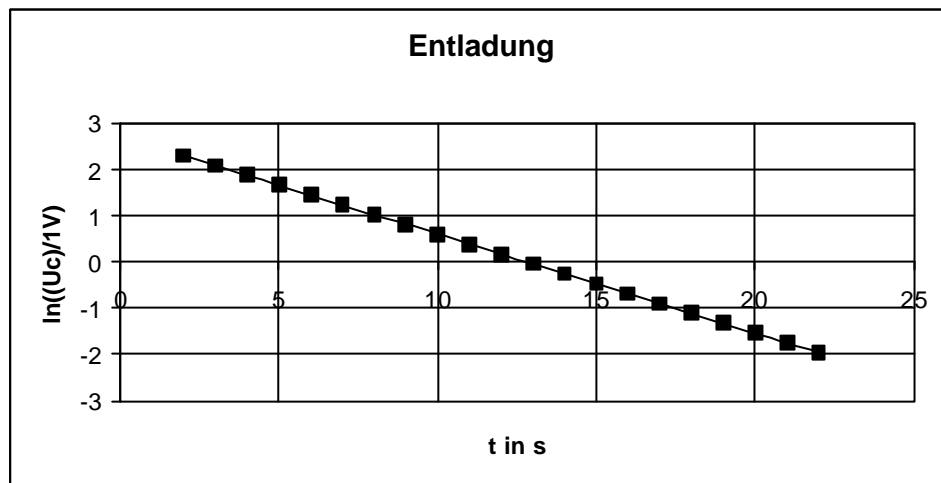
Achsenabschnitt $n = \ln\left(\frac{U_0}{IV}\right)$ ist.

Damit sind alle Voraussetzungen geschaffen, um aus der Messreihe die unbekannt Kapazität C durch Linearisieren zu bestimmt:

1. Schritt: Berechne zu jedem gemessenen Spannungswert U_c den Wert $\ln\left(\frac{U_c}{1V}\right)$:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
U_c in V	10,00	6,53	4,27	2,79	1,82	1,19	0,78	0,51	0,33	0,22
$\ln\left(\frac{U_c}{1V}\right)$	2,30	1,88	1,45	1,03	0,60	0,17	-0,25	-0,68	-1,10	-1,53

2. Schritt: Fertige in einem geeigneten einen Koordinatensystem den $t - \ln\left(\frac{U_c}{1V}\right)$ - Graph an:



3. Schritt: Lies aus dem Graphen die Steigung m ab:

$$\text{hier: } m \approx -0,21 \frac{1}{s}.$$

4. Schritt: Bestimme aus der abgelesenen Steigung m (hier: $m \approx -0,21 \frac{1}{s}$) und dem Widerstand R (hier: $R = 100k\Omega$) die Kapazität C :

$$\text{Aus } m = -\frac{1}{RC} \text{ folgt } C = -\frac{1}{R \cdot m_{\text{hier}}} \approx -\frac{1}{100k\Omega \cdot (-0,21 \frac{1}{s})} \approx 47\mu F$$

Bemerkung: Analog kann man auch mit der Stromstärke I vorgehen. Die Steigung $m = -\frac{1}{RC}$ ist in diesem Fall die Steigung des $t - \ln\left(\frac{-I}{1A}\right)$ - Graphen.