Name: **Datum:**

Harmonische Wellen - Mathematische Beschreibung

Da eine Welle sowohl eine räumliche als auch eine zeitliche Änderung eines physikalischen Systems darstellt, ist sowohl ihre graphische Darstellung als auch ihre mathematische Beschreibung schwierig. Ziel der folgenden Überlegungen ist die Herleitung einer Funktion, die für jeden beliebigen Ort x die Auslenkung des dort befindlichen Oszillators zu jedem beliebigen Zeitpunkt t beschreibt.

Wir betrachten dazu eine Harmonische Welle, die durch eine Harmonische Schwingung der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Transversalwelle bzw. $\xi(t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Longitudinalwelle angeregt wird und die sich in die positive x-Richtung eines Koordinatensystems ausbreitet.

1. Beschreibung an einem festen Ort

Im ersten Schritt der Überlegungen wählt man einen beliebigen, aber festen Ort x_B auf der x-Achse und beobachtet über einen gewissen Zeitraum die Auslenkung $y(x_B;t)$ bzw. $\xi(x_B;t)$ des an diesem Ort befindlichen Oszillator. Dabei kann man die folgenden Beobachtungen machen:

Arbeitsauftrag:

Vollziehe die folgenden Beobachtungen anhand der hier aufgeführten JAVA-Applets nach:

Transverse Traveling Wave (Fu-Kwun Hwang): Entstehung von Transversalwellen
Transverse Waves (B.Surendranath Reddy): Entstehung von Transversalwellen
Transverse Wave (B.Surendranath Reddy): Entstehung einer Transversalwelle durch einen Harmonischen Oszillator

a) Der beobachtete Oszillator führt eine harmonische Schwingung aus.

b) Die Amplitude der harmonischen Schwingung des Oszillators stimmt mit der Amplitude $\hat{y}$ (bzw. $\hat{\xi}$) des Erregers überein. Dies macht folgende Definition sinnvoll:

> Die **Amplitude** einer Welle ist die – für alle Oszillatoren gleiche und mit der Amplitude der anregenden Schwingung übereinstimmende – Amplitude der einzelnen Oszillatoren.
> Das Formelzeichen für die Amplitude ist $\underline{\hat{y}}$ bzw. $\underline{\hat{\xi}}$, die Einheit der Amplitude ist abhängig von den physikalischen Eigenschaften des Systems.

c) Die Schwingungsdauer (und damit auch die Kreisfrequenz und die Frequenz) der harmonischen Schwingung des Oszillators stimmt mit der Schwingungsdauer T (bzw. der Kreisfrequenz ù und der Frequenz f) des Erregers überein. Dies macht folgende Definitionen sinnvoll:

> Die **Schwingungsdauer** (‚**Zeitperiode**') einer Welle ist der – für alle Oszillatoren gleiche und mit der Schwingungsdauer der anregenden Schwingung übereinstimmende – kleinste zeitliche Abstand zwischen zwei gleichen Bewegungszuständen der einzelnen Oszillatoren.
> Das Formelzeichen für die Schwingungsdauer ist **T**, die Einheit der Schwingungsdauer: $[T] = 1\,s$.

> Die **Kreisfrequenz** (‚**zeitliche Geschwindigkeit**') einer Welle ist die – für alle Oszillatoren gleiche und mit der Kreisfrequenz der anregenden Schwingung übereinstimmende – Kreisfrequenz der einzelnen Oszillatoren.
> Das Formelzeichen für die Kreisfrequenz ist **ù**, die Einheit der Kreisfrequenz: $[\omega] = \frac{1}{s}$.

Die **<u>Frequenz</u>** einer Welle ist der – für alle Oszillatoren gleiche und mit der Frequenz der anregenden Schwingung übereinstimmende – Kehrwert der Schwingungsdauer der einzelnen Oszillatoren.

Das Formelzeichen für die Frequenz ist **<u>f</u>**, die Einheit der Frequenz: $[f] = \frac{1}{s} = 1\text{Hz}$ (1 HERTZ).

Für den Zusammenhang zwischen der Kreisfrequenz ù, der Schwingungsdauer T und der Frequenz f einer Harmonischen Welle gilt demnach wie bei einer Harmonischen Schwingung:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

d) Die Auslenkung des Oszillators ist – wenn er sich nicht zufällig an ganz bestimmten Orten befindet – gegenüber der Auslenkung des Erregers zeitlich versetzt, d.h. phasenverschoben. Die Größe ö dieser Phasenverschiebung ist abhängig von dem Ort x_B des Systems, an dem sich der betrachtete Oszillator befindet, d.h. $\varphi = \varphi(x_B)$.

Mit diesen Beobachtungen und Definitionen können wird die Auslenkung eines an einem beliebigen, aber festen Ort x_B des Systems befindlichen Oszillators vorläufig beschreiben:

Für eine Harmonische Welle, die durch eine Harmonische Schwingung der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Transversalwelle bzw. $\xi(t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Longitudinalwelle angeregt wird und die sich in die positive x-Richtung eines Koordinatensystems ausbreitet, kann die Auslenkung $y(x_B; t)$ bzw. $\xi(x_B; t)$ eines an einem beliebigen, aber festen Ort x_B des Systems befindlichen Oszillators beschrieben werden durch die Funktion

$$y(x_B; t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t - \varphi(x_B)) \text{ bzw. } \xi(x_B; t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t - \varphi(x_B)).$$

Arbeitsaufträge:

- Starte das JAVA-Applet http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/fkt1.html von Peter Krahmer.
- Setze dort **f(x,t)**= 3*sin(pi*t-pi/2) und beobachte das Verhalten der horizontalen Linie.
- Erläutere, was durch das zeitliche Verhalten dieser Linie beschrieben wird.
- Bestimme Amplitude, Schwingungsdauer, Kreisfrequenz und Frequenz des Verhaltens der dargestellten Schwingung sowie die Phasenverschiebung gegenüber einer ‚normalen' Sinusschwingung.
- Verändere die relevanten Größen im Funktionsterm, beobachte insbesondere die Veränderungen des zeitlichen Verhaltens der horizontalen Linie und dokumentiere deine Beobachtungen.

© 2003 Thomas Unkelbach