4. Beschreibung an einem beliebigem Ort und zu einem beliebigem Zeitpunkt

Im vierten und letzten Schritt der Überlegungen wird nun mit Hilfe der Ausbreitungsgeschwindigkeit, die einen Zusammenhang zwischen der zeitlichen und der räumliche Beschreibung liefert, die endgültige mathematische Beschreibung der raum-zeitlichen Ausbreitung einer Welle hergeleitet. Dazu muss eine Funktion angegeben werden, die für jeden beliebigen Ort x und für jeden beliebigen Zeitpunkt t die Auslenkung y bzw. î des an diesem Ort befindlichen Oszillators angibt. Diese Funktion wird demnach von den beiden Variablen x und t abhängen, d.h. y = y(x; t) bzw. î = î(x; t).

Zur Herleitung dieser Funktion betrachten wir wieder die bekannte Harmonische Welle, die am Ort $x_0 = 0$ durch eine Harmonische Schwingung der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$ bzw. $\xi(t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t)$ angeregt wird und die sich in die positive x-Richtung eines Koordinatensystems mit der – allein durch die physikalischen Eigenschaften des Systems bestimmten – Ausbreitungsgeschwindigkeit c ausbreitet.

Da sich die Welle mit der Geschwindigkeit c ausbreitet, beginnt ein Oszillator, der sich an einem beliebigen Ort x in dem System befindet, erst nach einer gewissen Verzögerungszeit t_V zu schwingen an, und zwar dann mit der Winkelgeschwindigkeit ù. Diese Verzögerungszeit t_V lässt sich nach den Bewegungsgesetzen der gleichförmigen Bewegung leicht zu $t_V = \frac{x}{c}$ bestimmen.

Die Elongation des Oszillators ist dann $y(x;t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega(t - t_V)) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t - \omega t_V)$ bzw. $\xi(x;t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega(t - t_V)) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t - \omega t_V)$.

Durch die Umformung $\omega t_V \underset{t_V = \frac{x}{c}}{=} \omega \cdot \frac{x}{c} \underset{\omega = \frac{2\pi}{T}}{=} \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \underset{k = \frac{2\pi}{\lambda}}{=} kx$ erhält man schließlich das Ergebnis:

> Für eine Harmonische Welle, die am Ort $x_0 = 0$ durch eine Harmonische Schwingung der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Transversalwelle bzw. $\xi(t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t)$ im Fall einer Longitudinalwelle erregt wird und die sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c in die positive x-Richtung eines Koordinatensystems ausbreitet, kann die Auslenkung $y(x;t)$ bzw. $\xi(x;t)$ eines am Ort x befindlichen Oszillators zum Zeitpunkt t beschrieben werden durch die Funktion
>
> $$y(x;t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t - kx) \text{ bzw. } \xi(x;t) = \hat{\xi} \cdot \sin(\omega t - kx) \text{ mit } k = \frac{\omega}{c}.$$

Die Beziehungen $\omega = \frac{2\pi}{T}$ und $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ erlauben auch eine Darstellung in der Form $y(x;t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$ bzw. $\xi(x;t) = \hat{\xi} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$.

Arbeitsaufträge:

- Starte das JAVA-Applet http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/fkt1.html von Peter Krahmer.
- Setze dort **f(x,t)**= 3*sin(pi*t-pi/2*x) und beobachte die entstehende Darstellung.
- Erläutere, was durch diese Darstellung beschrieben wird.
- Bestimme Amplitude, Schwingungsdauer, Kreisfrequenz und Frequenz, Wellenlänge, Wellenzahl sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der dargestellten Harmonischen Welle.
- Verändere die relevanten Größen im Funktionsterm, beobachte insbesondere die Veränderungen in der Darstellung und dokumentiere deine Beobachtungen.